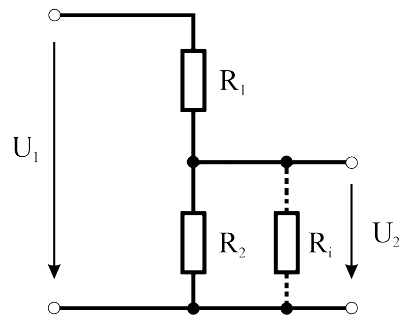
1. Aufgabe:

In der dargestellten Schaltung, wird der Spannungsabfall U_2 am Widerstand R_2 mit einem Spannungsmessgerät ($R_i = 500\ k\Omega$) gemessen.



Folgende Werte sind gegeben:
$U_1 = 100\ V, R_1 = 200\ k\Omega, R_2 = 100\ k\Omega$.

a) Wie groß ist das Teilerverhältnis $K_P = \frac{U_2}{U_1}$?

Lösung:

$$K_P = \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{3} \approx 0,333$$

b) Wie groß ist das Teilerverhältnis K'_P für den belasteten Teiler?

Lösung:

$$K'_P = \frac{U'_2}{U_1} = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{R_i}} = \frac{1}{1 + \frac{200k\Omega}{100k\Omega} + \frac{200k\Omega}{500k\Omega}} = \frac{1}{3,4} \approx 0,294$$

sehr ausführlicher Lösungsweg...

U
R I

a) $i_{ges} = \frac{U_1}{R_{ges}} = \frac{U_1}{R_1 + R_2}$; $U_2 = R_2 \cdot i_{ges}$

$U_2 = R_2 \cdot \frac{U_1}{R_1 + R_2}$

$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2 \cdot \cancel{U_1}}{(R_1 + R_2) \cdot \cancel{U_1}}$

... einsetzen

b) $i_{ges} = \frac{U_1}{R_{ges}} = \frac{U_1}{R_1 + R_2 \| R_i}$; $U_2 = R_2 \| R_i \cdot i_{ges}$

$\frac{U_2}{U_1} = R_2 \| R_i \cdot \frac{\cancel{U_1}}{(R_1 + R_2 \| R_i)\cancel{U_1}}$

$= \frac{R_2 \| R_i}{R_1 + R_2 \| R_i}$

$\boxed{NR: \quad R_2 \| R_i = \frac{R_2 \cdot R_i}{R_2 + R_i}}$

... einsetzen

2. Aufgabe:

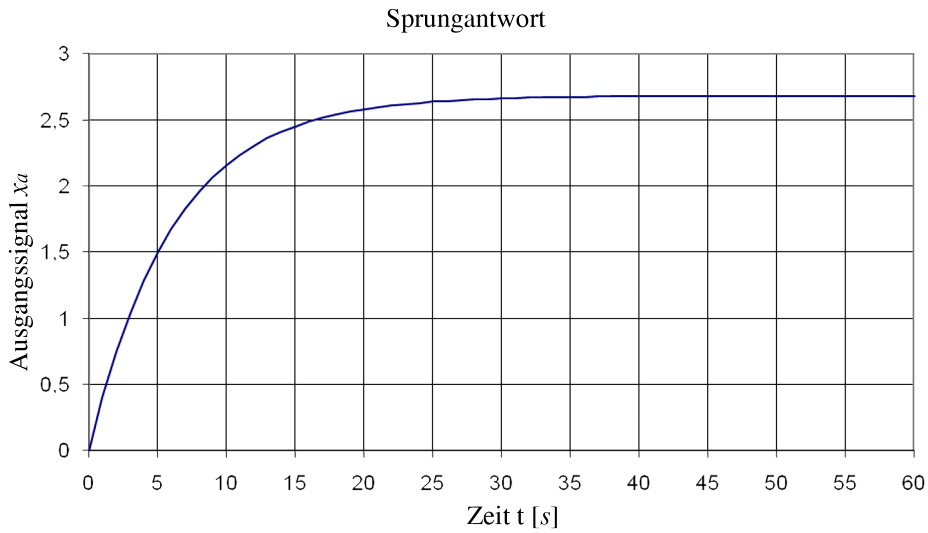
Für eine Strecke wird das Modell

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1}$$

angenommen. Im Beharrungszustand wurde folgender Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangsgröße gemessen:

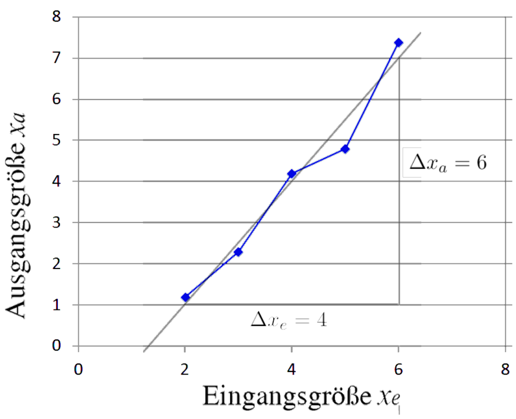
x_e	2	3	4	5	6
x_a	1,2	2,3	4,2	4,8	7,4

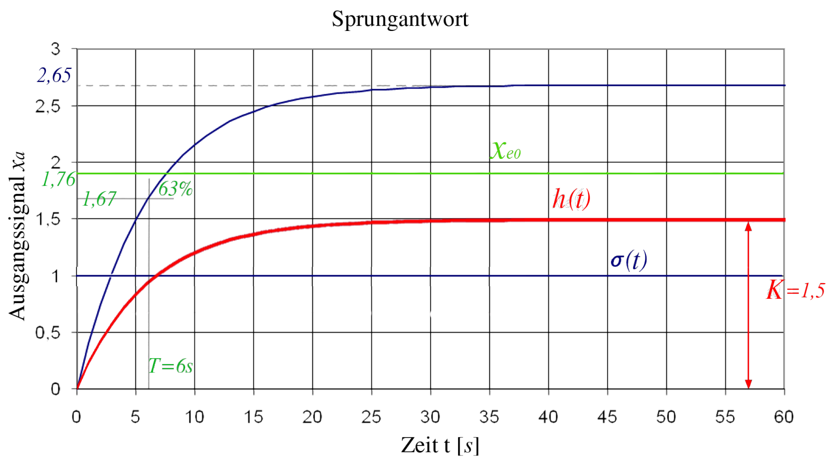
Weiterhin wurde die Eingangsgröße x_e sprungartig geändert (kein Einheitssprung) und der Verlauf der Ausgangsgröße aufgezeichnet.



a) Zeichnen Sie die statische Kennline der Strecke.
b) Ermitteln Sie grafisch die Verstärkung K und die Zeitkonstante T der Strecke.
c) Bestimmen Sie die Höhe x_{e0} des ursprünglichen Eingangssprunges und skizzieren Sie den Verlauf.
d) Skizzieren Sie den Verlauf h_t der Einheitssprungfunktion.

Lösung:





a) siehe Diagramm

b) Siehe Diagramm: $K = \dfrac{\Delta x_a}{\Delta x_e} \approx \dfrac{6}{4} \approx \dfrac{3}{2} = 1.5, \quad T_{(bei 63\%, x_a = 1.67)} \approx 6s$

c) Eingangssprung: $\quad x_a = x_e \cdot K \quad \Rightarrow \quad x_e(t) = \dfrac{x_a}{K} = \dfrac{2.65}{1.5} = 1,766...$

d) Einheitssprungantwort auf $\Sigma(t)$: siehe Skizze $h(t)$

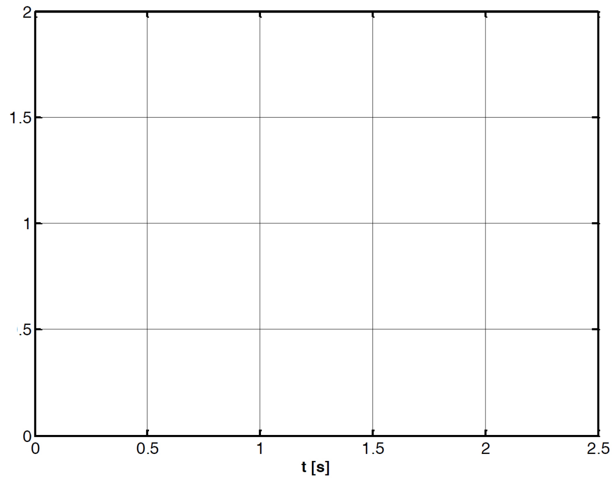
3. Aufgabe:

Gegeben seien die folgenden drei Übertragungsfunktionen:

1) $G_1(s) = \frac{2}{3s}$ 2) $G_2(s) = \frac{6}{s+4}$ 3) $G_3(s) = \frac{3}{0,03s^2 + 0,18s + 3}$

a) Untersuchen Sie jeweils welchem stationären Endwert das Ausgangssignal bei einer Sprunganregung entgegen strebt.

b) Skizzieren Sie die zeitlichen Verläufe der Sprungantwort für die drei Systeme im untenstehenden Koordinatensystem. Ermitteln Sie dazu zunächst die charakteristischen Größen der Übertragungsglieder. Bitte beschriften Sie die Ordinate und die drei Kurven.



Lösung:

a)

$Y_i(s) = G_i(s) \cdot U(s) \qquad i = 1,2,3$

$u(t) = \sigma(t); U(s) = \frac{1}{s}$

Endwertsatz:

$$\lim_{t\to\infty} y_i(t) = \lim_{s\to 0} s \cdot Y_i(s) = \lim_{s\to 0} s \cdot G_i(s) \cdot \frac{1}{s} = \lim_{s\to 0} G_i(s)$$

1) Grenzwert existiert nicht (instabiles System)

2) 1 negativer reeller Pol → Grenzwert existiert

$\lim_{t\to\infty} y_2(t) = \lim_{s\to 0} G_2(s) = 1,5$

3) Realteil der Pole negativ → Grenzwert existiert

$\lim_{t\to\infty} y_3(t) = \lim_{s\to 0} G_3(s) = 1$

b)

Charakteristische Größen:

1) Integrator: $\boldsymbol{K_1} = \frac{2}{3}$

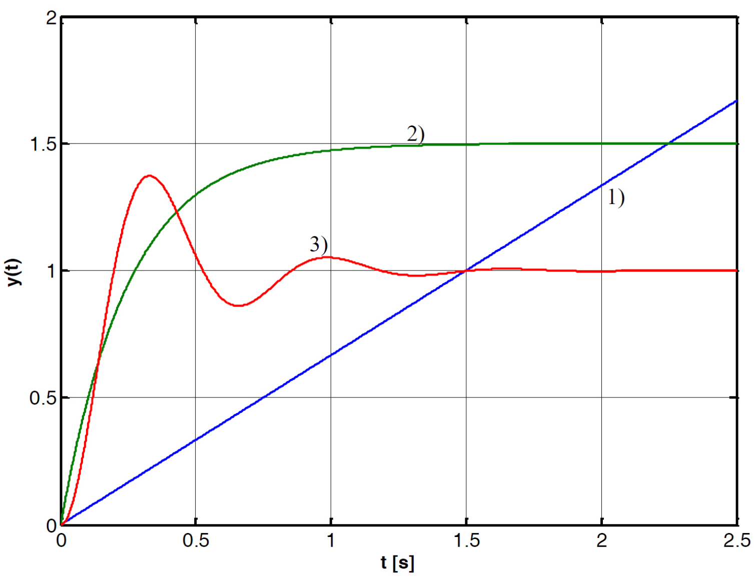
2) PT-1 Glied:

$K_2 = 1,5; \quad T_2 = 0,25$

3) PT-2 Glied:

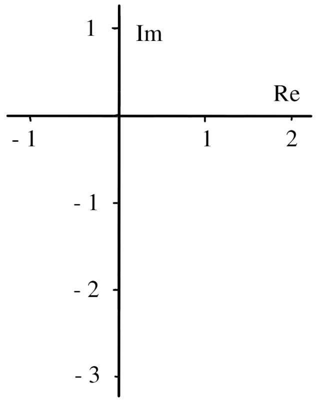
$K_3 = 1; \quad T_3 = 0,1; \quad D_3 = 0,3$

Siehe Zeichnung



4. Aufgabe:

Ermitteln Sie den Verlauf der Ortskurve einer Strecke mit I-System $\left(G_S(s) = \frac{K_I}{s}\right)$.
Für welche Kreisfrequenz wird $|G_S(j\omega)| = 1$?



Lösung:

Der Frequenzgang lautet

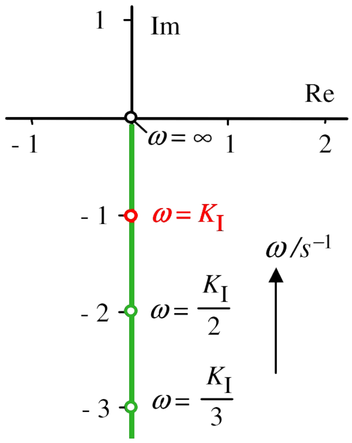
$$G_S(j\omega) = \frac{K_I}{j\omega}$$

Der Betrag:

$$|G_S(j\omega)| = \frac{K_I}{\omega}$$

wird gleich 1 für $\omega = K_I$

$$Re\{G_S\} = 0 \qquad Im\{G_S\} = -\frac{1}{\omega}$$



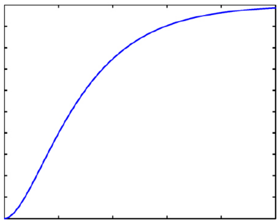
5. Aufgabe:

Gegeben seien die Sprungantworten von vier verschiedenen Systemen zweiter Ordnung:

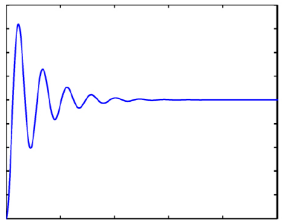
a) Ordnen Sie diese den folgenden Polen in der komplexen Ebene zu, indem Sie jeweils die Stabilität und Schwingfähigkeit untersuchen.

b) Welche der den obigen Polen zugehörigen Systeme können mit dem Anfangs-, bzw. dem Endwertsatz untersucht werden?

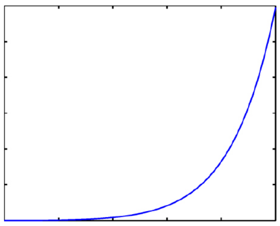
1)



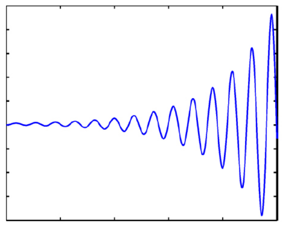
2)



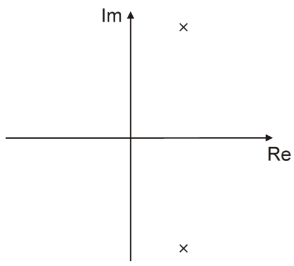
3)



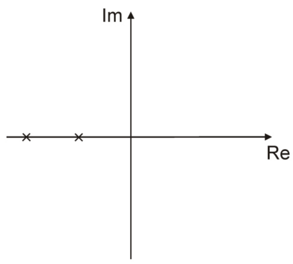
4)



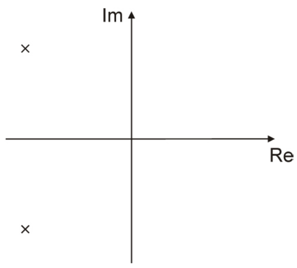
i)



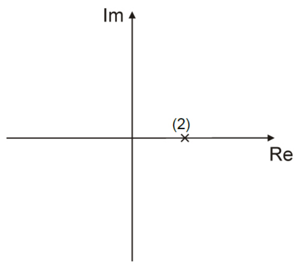
ii)



iii)



iv)



Lösung:

a)

1) $\Rightarrow$ *ii)* Stabil, nicht schwingfähig

2) $\Rightarrow$ *iii)* Stabil, schwingfähig

3) $\Rightarrow$ *iv)* Instabil, nicht schwingfähig

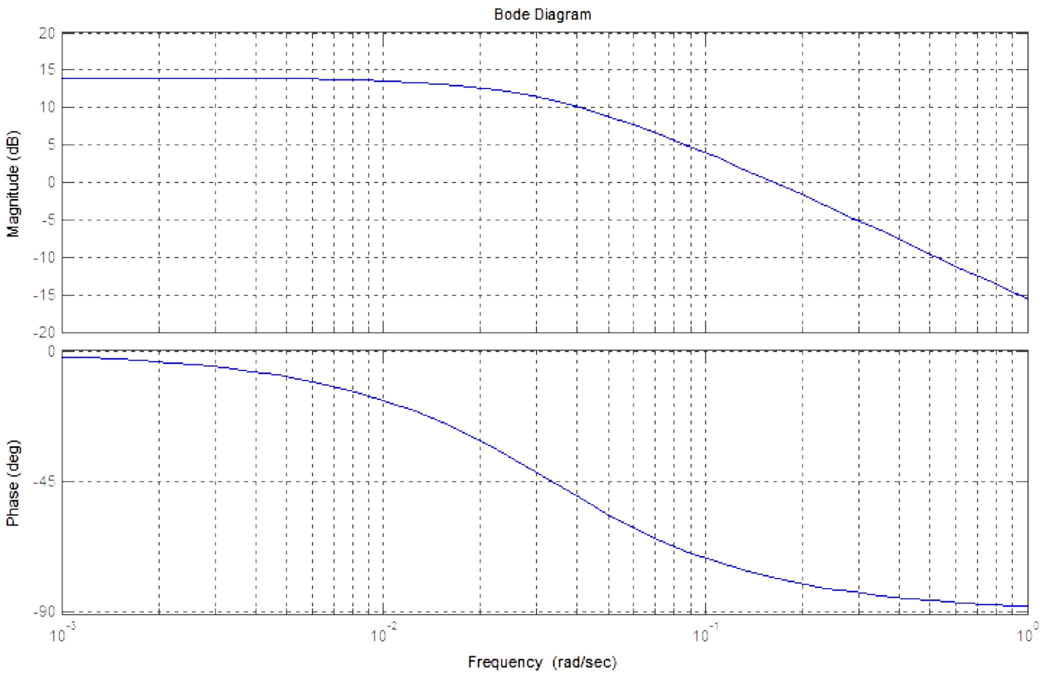
4) $\Rightarrow$ *i)* Instabil, schwingfähig

b)

Die Systeme müssen stabil sein, daher können die zu ii) und iii) gehörigen Systeme untersucht werden.

6. Aufgabe:

Ermitteln Sie aus dem dargestellten Bodediagramm die Kennwerte der Regelstrecke.



Lösung:

Es handelt sich um ein PT1-Glied mit T_E=30s; $K = \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} = 10^{\frac{\hat{x}_a/\hat{x}_e[dB]}{20}} = 10^{\frac{14}{20}} = 5$