

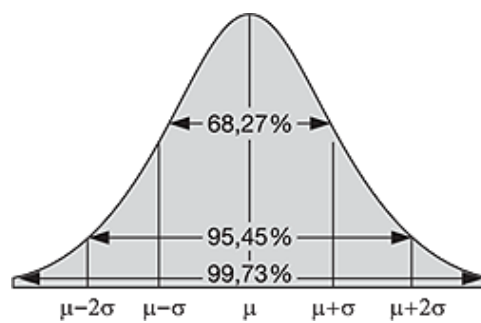
- Skript -

Messtechnik TWE24

Studiengang Wirtschaftsingenieurwesen

Prof. Dr.-Ing. Stephan Sauter

Q2 2025



Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Das vorliegende Skript soll vorlesungsbegleitend dem Hörer das Abzeichnen bzw. Abschreiben der Inhalte ersparen. Falls eine Vorlesungsstunde versäumt wurde, kann der Hörer anhand des Skriptes ersehen, welcher Stoff z.B. mit einem Buch nachgeholt werden sollte.

Bei allen Betrachtungen steht eine anschauliche Darstellung im Vordergrund. Es soll versucht werden, dem Leser Hinweise zu geben, die ihm bei der Lösung der anstehenden Problemstellungen nützlich sind.

Insbesondere wird darauf hingewiesen, dass für die Prüfung das selbständige Lösen der Übungsaufgaben nicht nur empfohlen, sondern vorausgesetzt wird!

Weiterführende Literatur:

- Rainer Parthier: Messtechnik, Grundlagen und Anwendungen der elektrischen Messtechnik für alle technischen Fachrichtungen und Wirtschaftsingenieure, Vieweg Verlag



- B. Neumayer, S. Kaup: Mathematik für Ingenieure, Shaker Verlag Aachen
- Bronstein u.a.: Taschenbuch der Mathematik Edition Harri Deutsch
- www.wolframalpha.com

Musterlösungen für die Übungsaufgaben, Laborversuche und Skript:

- www.Freiwilligschlauwerden.de



KAPITEL 1

Messen

Grundbegriffe der Messtechnik:

- Begriffe Messgröße und Maßeinheit
- Allgemeine Gleichung für eine Messung
- SI-Einheitensystem,
- Hierarchie der Normale als Basis des Eichens von Maßverkörperungen und Messgeräten

Messen ist das Ausführen von geplanten Tätigkeiten zum quantitativen Vergleich der Messgröße mit einer Maßeinheit.

1.1 Messgrößen

Festlegung von Maßeinheiten.

- Basis- oder Grundeinheiten: unabhängig voneinander festgelegte Maßeinheiten
- Abgeleitete Maßeinheiten: aus Verknüpfungen der Basiseinheiten gewonnene Maßeinheiten

Größengleichung: Messwert = Maßzahl · Maßeinheit

Beziehung zwischen Maßeinheiten durch Einheitengleichung, z.B. Arbeit:

$$1 \text{ Joule} = 1 \text{ Newton} \cdot 1 \text{ Meter}$$

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}$$

$$1 \text{ J} = 1 \text{ Nm}$$

1.2 SI-Einheitensystem

- Maßeinheiten waren früher willkürlich ausgewählt (z. B. Elle, Fuß u.ä.)
- Neues weltweit akzeptiertes Einheitensystem (SI-Basiseinheiten basierend auf atomaren Konstanten)

Basisgröße	Zeichen	Basis-einheit	Zeichen	Definition über
Länge	l	Meter	m	Lichtgeschwindigkeit und Zeit
Zeit	t	Sekunde	s	Periodendauer einer Strahlung
Masse	m	Kilogramm	kg	Planck-Konstante
Stromstärke	I	Ampere	A	Kraftwirkung zwischen parallelen elektrischen Leitern
Temperatur	T	Kelvin	K	Tripelpunkt des Wassers
Lichtstärke	I_v	Candela	cd	Strahlung des schwarzen Körpers
Stoffmenge	n	Mol	mol	Atomzahl (^{12}C in 12 g)

Tabelle 1.1: SI-Basiseinheiten.

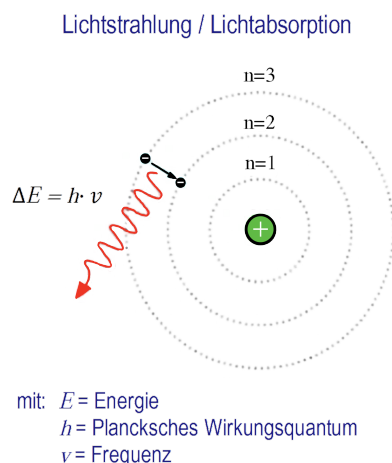
- **Früher:** Meterkonvention im Jahre 1875 (Conference Générale des Poids et Mesures, CGPM)
- **Heute:** Internationales Büro für Maß und Gewicht (Bureau International des Poids et Mesures, BIPM)

Verantwortlich für die Darstellung der physikalischen Einheiten ist in Deutschland die Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) $\Rightarrow$ www.ptb.de.

Sekunde Definition:

Die Sekunde ist das 9'192'631'770-fache der Periodendauer der entsprechenden Strahlung, die beim Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nukleids ^{133}Cs entsteht.

Unter Hyperfeinstruktur versteht man die Aufspaltung der Energieniveaus eines Atomes.



Meterdefinition (historisch):**In Frankreich ab 07.04.1799 Gesetz:**

1 m (bei 0 °C) = 443,2959 Linien der Toise du Perou bei 13 °R (16,25 °C)

26.09.1889

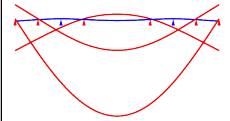
1 m = Abstand der Achsen der beiden mittleren Striche auf dem im Bureau International des Poids et Mesures in Sèvres aufbewahrten Prototyps bei der Temperatur des schmelzenden Eises und bei der Auflage in den Besselschen Punkten.

7. Generalkonferenz 1927

1 m = 1.553.164,13 Wellenlängen der roten Kadmiumlinie bei 20 °C, 760 Torr, 10 Torr Wasserdampfdruck

11. Generalkonferenz 1960

1 m = 1.650.763,73 Wellenlängen des Kryptonisotops 86 im Vakuum

**Meterdefinition (aktuell):**

17. Generalkonferenz für Maß und Gewicht (17. CGPM) (20.10.1983)

Das Meter ist die Länge der Strecke, die das Licht im Vakuum während der Dauer von

$$\frac{1}{299792458} \text{ s} \quad \text{durchläuft.}$$

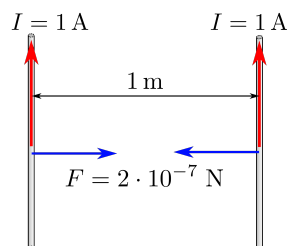
Laufzeit: $3,335640592 \cdot 10^{-9} \text{ s} \approx 3,3 \text{ ns}$

$c = 299792458 \text{ m / s}$ Lichtgeschwindigkeit

$1 \text{ Lichtjahr (ly)} = 9,4605 \cdot 10^{15} \text{ m}$

Ampere Definition:

Das Ampere ist die Stärke eines konstanten Stroms, der, durch zwei parallele, geradlinige, unendlich lange und im Vakuum im Abstand von 1 Meter voneinander angeordnete Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigem Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je 1 Meter Leitungslänge die Kraft $2 \cdot 10^{-7}$ Newton hervorrufen würde.



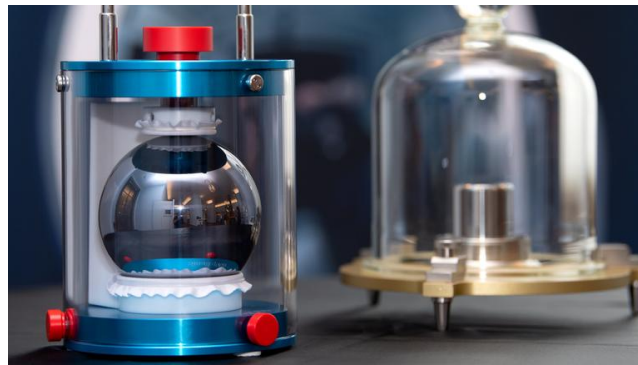
Kilogramm Definition:

Das **Kilogramm**, (Zylinder aus Platin-Iridium-Legierung) war bis 2018 nicht von den Basiseinheiten der Naturkonstanten abgeleitet, bzw. über Naturkonstanten definiert.

Bei der Generalkonferenz für Maß und Gewicht am 16. November 2018 in Paris wurde beschlossen, dass das Kilogramm ab dem **20. Mai 2019** auf Basis der Planck-Konstanten ($6.626070040 \cdot 10^{-34}$ Joulesekunden (Js)) definiert wird.

Sämtliche SI-Definitionen ab 2019 lassen offen, in welcher Form oder mit welchen experimentellen Methoden die Realisierung der Einheit umgesetzt wird.

Sowohl die Avogadro-Methode (Siliziumkugel, $\varnothing 9.37 \text{ cm} \pm 15 \text{ nm}$) als auch die Watt-Waage können somit als Methode zur Realisierung der Einheit Kilogramm verwendet werden.



1.3 Abgeleitete SI-Einheiten

Von den definierten SI-Basiseinheiten können Einheiten für jede physikalische Größen abgeleitet werden.

Größe	Zeichen	Größengleichung	abgeleitete SI-Einheit	Zeichen
Geschwindigkeit	v	$v = \frac{s}{t}$	$\frac{\text{Meter}}{\text{Sekunde}}$	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$
Kraft	F	$F = m \cdot a$	Newton	$\text{N} = 1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Druck	p	$p = \frac{F}{A}$	$\frac{\text{Newton}}{\text{Meter} \cdot \text{Meter}}$	$\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
Arbeit, Energie	W	$W = F \cdot l$ $W = U \cdot I \cdot t$ $W = P \cdot t$	Joule	$\text{J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $\text{J} = 1 \text{ V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}$ $\text{J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s}$

Tabelle 1.2: Beispiele für abgeleitete SI-Einheiten.

Abgeleitete Einheiten mit dem Zahlenfaktor 1 sind kohärent zueinander.
Z. B. die Überführbarkeit von mechanischer Energie in elektrische und umgekehrt.

Nichtkohärente Maßeinheiten sind zulässig (Umrechnungsfaktor $\neq 1$).
Z. B. amerikanisch dominierte Elektronikindustrie (Zoll (engl. Inch, $1'' = 25.4 \text{ mm}$))

Name	Zeichen	Multiplikator	Name	Zeichen	Multiplikator
Exa	E	10^{18}	Dezi	d	10^{-1}
Peta	P	10^{15}	Zenti	c	10^{-2}
Tera	T	10^{12}	Milli	m	10^{-3}
Giga	G	10^9	Mikro	μ	10^{-6}
Mega	M	10^6	Nano	n	10^{-9}
Kilo	k	10^3	Piko	p	10^{-12}
Hekto	h	10^2	Femto	f	10^{-15}
Deka	da	10^1	Atto	a	10^{-18}

Tabelle 1.3: Vorsätze für SI-Basiseinheiten

1.4 Griechische Buchstaben

Physikalische Größen sind nur mit einem Buchstaben bezeichnet. Beispiele sind die Länge l , die Masse m oder die Geschwindigkeit v .

Auf Grund dieser Einschränkung lassen sich mit dem lateinischen Alphabet nicht allzu viele physikalische Größen bezeichnen. Daher werden häufig griechische Buchstaben zur Hilfe genommen, die wichtigsten in der Physik verwendeten sind in folgender Tabelle zusammengefasst; dabei wurden nicht alle Großbuchstaben berücksichtigt, auch sind für einige Kleinbuchstaben zwei Schreibweisen angegeben.

α	Alpha	β	Beta	γ, Γ	Gamma	δ, Δ	Delta
ϵ, ε	Epsilon	ζ	Zeta	η	Eta	$\theta, \vartheta, \Theta$	Teta
ι	Iota	κ	Kappa	λ, Λ	Lambda	μ	Mü
ν	Nü	ξ, Ξ	Xi	$\omicron$	Omnikron	π, Π	Pi
ρ, ϱ	Rho	σ, Σ	Sigma	τ	Tau	υ, Υ	Upsilon
ϕ, φ, Φ	Phi	χ	Chi	ψ, Ψ	Psi	ω, Ω	Omega

Tabelle 1.4: Griechische Buchstaben

1.5 Normale

Ein Normal ist ein metrologischer Vergleichsgegenstand, ein Vergleichsmaterial oder präzises Messgerät, der bzw. das zur Kalibrierung anderer Messgeräte dient. Normale bilden eine Kalibrierhierarchie, innerhalb derer nach unten die Genauigkeit zwangsläufig abnimmt. An der Spitze der Kalibrierhierarchie stehen meist nationale oder internationale Normale, die gleichzeitig **Primärnormale** sind.

Als Primärnormale bezeichnet man solche Normale, die die höchsten Anforderungen erfüllen. Dies bedeutet die fundamentale Realisierung einer Einheit entsprechend der gültigen internationalen Definition mit der nach dem aktuellen Stand der Technik niedrigstmöglichen Unsicherheit. Im gesetzlichen Messwesen sind nationale oder internationale Normale gesetzlich verbindliche Grundlagen für die entsprechende physikalische Größe.

Durch diese Struktur wird erreicht, dass die Einheiten des internationalen Einheitensystems (SI) weltweit einheitlich verfügbar sind und dass die Einhaltung gesetzlicher Forderungen im geschäftlichen Verkehr (Eichgesetz) garantiert ist.

Hierarchie von Normalen:

- Primärnormale (z. B. in der Elektrotechnik für die Einheiten Ohm, Volt, Henry, Farad usw.)
- Abgeleitete Sekundärnormale für nationale Eichlabore
- Arbeitsnormale für zur Kalibrierung von betrieblichen Messmittel

In der BRD ist die Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) Braunschweig und Berlin für die Überwachung der Forderungen des SI zuständig.

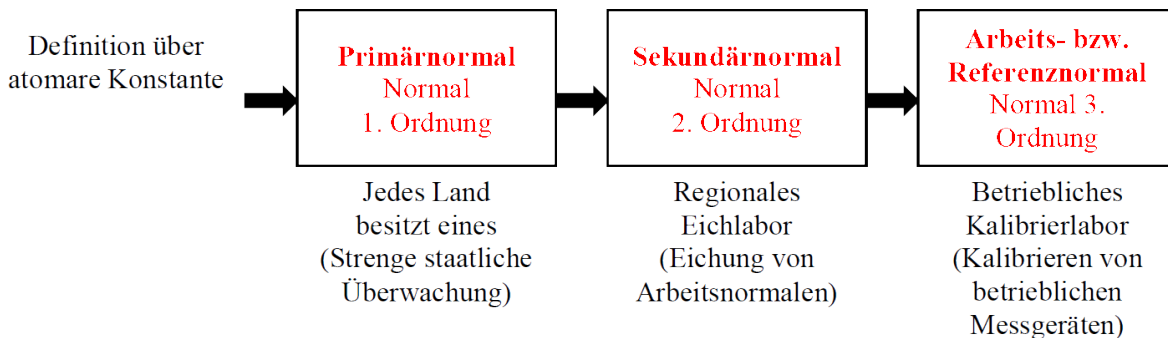


Abbildung 1.1: Hierarchie der Normale

1.6 Verständnisfragen

1) Drücken Sie die Einheit der elektrischen Spannung durch SI-Basiseinheiten aus.

Es ergibt sich folgende Größengleichung:

$$1 \text{ V} = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}} = 1 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^3}$$

2) Rechnen Sie mm^2 (Quadratmillimeter) in SI-Einheiten um.

$$\text{mm}^2 = (\text{mm})^2 = (10^{-3} \text{ m})^2 = (10^{-3})^2 \cdot \text{m}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$$

3) Rechnen Sie die folgenden Größen um:

(a) eine Länge von 1 cm ist in km und nm anzugeben.

$$1 \text{ cm} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} \text{ km} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ km} = 0.00001 \text{ km}$$

$$1 \text{ cm} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1 \cdot 10^{-2} \cdot 10^9 \text{ nm} = 1 \cdot 10^7 \text{ nm} = 10\,000\,000 \text{ nm}$$

(b) eine Fläche von 2 m^2 ist in mm^2 , cm^2 und km^2 anzugeben.

$$2 \text{ m}^2 = 2 \cdot (10^3 \text{ mm})^2 = 2 \cdot 10^6 \text{ mm}^2 = 2\,000\,000 \text{ mm}^2$$

$$2 \text{ m}^2 = 2 \cdot (10^2 \text{ cm})^2 = 2 \cdot 10^4 \text{ cm}^2 = 20\,000 \text{ cm}^2$$

$$2 \text{ m}^2 = 2 \cdot (10^{-3} \text{ km})^2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ km}^2 = 0.000\,002 \text{ km}^2$$

(c) ein Volumen von 1 L ist in m^3 , cm^3 und mm^3 anzugeben.

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1 \cdot (10^{-1} \text{ m})^3 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 0.001 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1 \cdot (10^1 \text{ cm})^3 = 1 \cdot 10^3 \text{ cm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1 \cdot (10^2 \text{ mm})^3 = 1 \cdot 10^6 \text{ mm}^3 = 1\,000\,000 \text{ mm}^3$$

(d) eine Zeitspanne von 4 h und 4 min ist in Sekunden anzugeben.

$$4 \text{ h und } 4 \text{ min} = (4 \cdot 60 \cdot 60 + 4 \cdot 60) \text{ s} = (14\,400 + 240) \text{ s} = 14\,640 \text{ s}$$

4) Warum werden in der betrieblichen Praxis **keine** Primärnormale verwendet?

Primärnormale: Verkörperung einer physikalischen Größe.

Unmittelbar über atomare Konstanten (Basiseinheiten) definiert

→ Für die betriebliche Praxis zu unhandlich und zu teuer

KAPITEL 2

Messsignale

Technische Definition: Zeitverlauf einer physikalischen Größe ist ein (Mess-)Signal

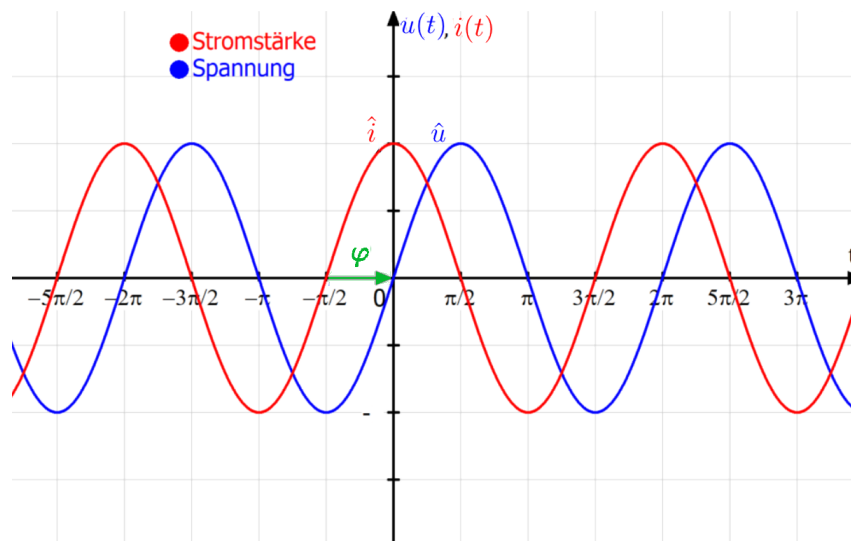
Ein Signal ist nicht an eine bestimmte physikalische Größe gebunden. Ein oder mehrere Parameter des Signals (die Informationsparameter) sind Träger des interessierenden Informationsgehalts.

Beispiel: Sinusförmige Spannung und Strom:

$$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega t)$$

$$i(t) = \hat{i} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

Bestimmt durch Amplitude $\hat{u}, \hat{i}$, Kreisfrequenz ω und den Phasenwinkel φ .



2.1 Klassifizierung von Messsignalen

Signalformen:

- elektrisch
- mechanisch
- pneumatisch
- hydraulisch

Weitere Unterscheidung:

- Charakterisierung durch Wertevorrat (analog/diskret)
- Zeitliches Auftreten (kontinuierlich oder diskontinuierlich)
- Determinierte Signale (fester Zusammenhang zwischen Ereignis und Messwert)
- Stochastische Signale (zufallsbehaftet)

<i>lfd. Nr.</i>	<i>Signal- charakteristik</i>	<i>Erläuterung</i>	<i>Vorteil</i>	<i>Nachteil</i>
1.1	Analog	Informationsparameter kann theoretisch beliebig viele Werte innerhalb seines Wertebereichs annehmen	Proportionale Abbildung zwischen Messsignal und Informationsparameter	einfach zu stören, z. B. durch externe Störsignale, Rauschen, Temperaturdrift usw.
1.2	Diskret	Informationsparameter kann nur endlich viele Werte innerhalb seines Wertebereichs annehmen	Störeinflüsse machen sich erst nach Überschreiten von Grenzwerten bemerkbar	Bei der Abbildung analoger Messwerte auf einen diskreten Informationsparameter entsteht ein Informationsverlust
2.1	Kontinuierlich	Informationsparameter kann zu jedem beliebigem Zeitpunkt seinen Wert ändern	Jederzeit ist der zeitliche Verlauf von Messwerten verfolgbar	Störungen können jederzeit wirken, Informationsmenge ist oft unnötig groß
2.2	Diskontinuierlich	Informationsparameter kann nur zu diskreten Zeitpunkten seinen Wert ändern	Störungen zwischen den Zeitpunkten der Parameteränderungen können sich nicht auswirken	Informationen stehen nur zu diskreten Zeitpunkten zur Verfügung
3.1	Determiniert	Determiniertheit des Informationsparameters	Information mit einmaliger Messung gewinnbar	Information kann durch Störung unbrauchbar werden
3.2	Stochastisch	Informationsparameter repräsentiert stochastische Größe	Störungen machen sich nur stark reduziert bemerkbar, sie werden über die Messzeit integriert	Information ist erst mit mehrmaligen Messungen zu gewinnen, das erfordert einen großen Zeitbedarf

Tabelle 2.1: Klassifizierung von Messsignalen bezüglich der Signalformen.

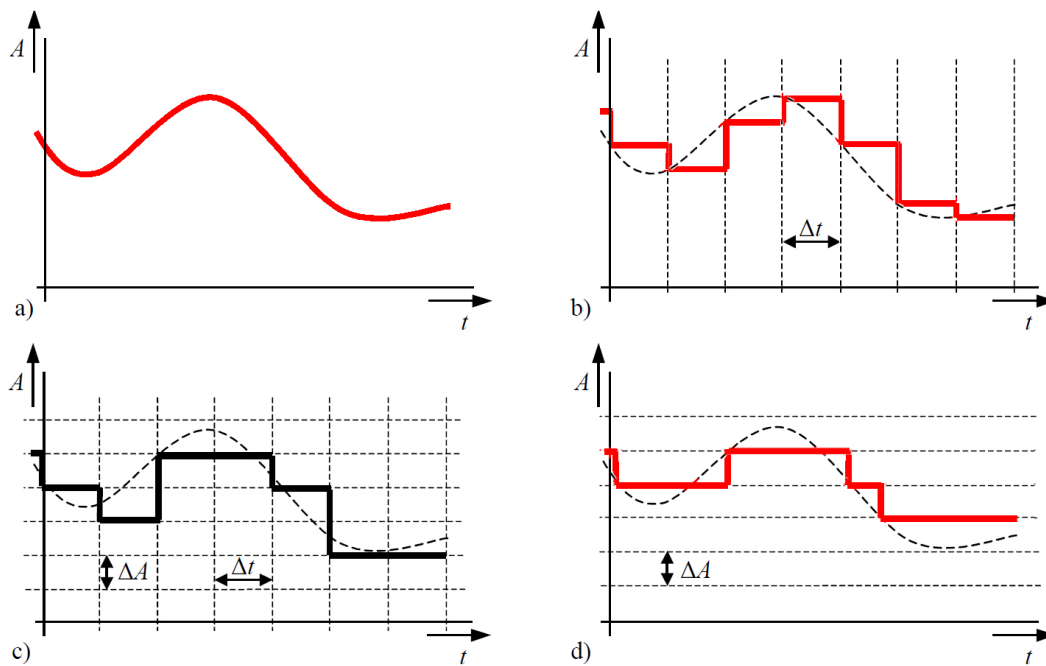


Abbildung 2.1: Beispiele für Signalformen

- a) kontinuierlich-analog
- b) diskontinuierlich-analog
- c) diskontinuierlich-diskret
- d) kontinuierlich-diskret

(ΔA – Amplituden-Quantisierungsintervall; Δt – Zeit-Quantisierungsintervall)

2.2 Wandlung von Messsignalen

Messwerte beinhalten Informationen über physikalische Größen. Die Übertragung dieser Informationen erfolgt in Form eines Signals. Allerdings wird der Signalbegriff im täglichen Leben mehrdeutig benutzt. Im technischen Gebrauch, und hierbei speziell im Bereich der Messtechnik, soll ein Zeitverlauf einer physikalischen Größe als werden. Wird das Signal im Bereich der Messtechnik verwendet, sprechen wir auch konkret vom Messsignal.

Wandlung des aus der Umwelt gewonnenen Messsignals in eine für den Menschen interpretierbare bzw. zur Weiterverarbeitung geeignete Signalform:

- Wandlung der Signalform des Informationsparameters (z.B. Amplituden-Messverstärker)
- Wandlung der physikalischen Größe des Informationsparameters (z. B. Zeigerdarstellung)

Modulation: Signale mit Informationsparameter Frequenz und Amplitude.

- in der Amplitude beeinflusst (Amplitudenmodulation AM)
- in der Frequenz beeinflusst (Frequenzmodulation FM)
- in der Verschiebung des Nullphasenwinkels beeinflusst (Phasenmodulation PM)

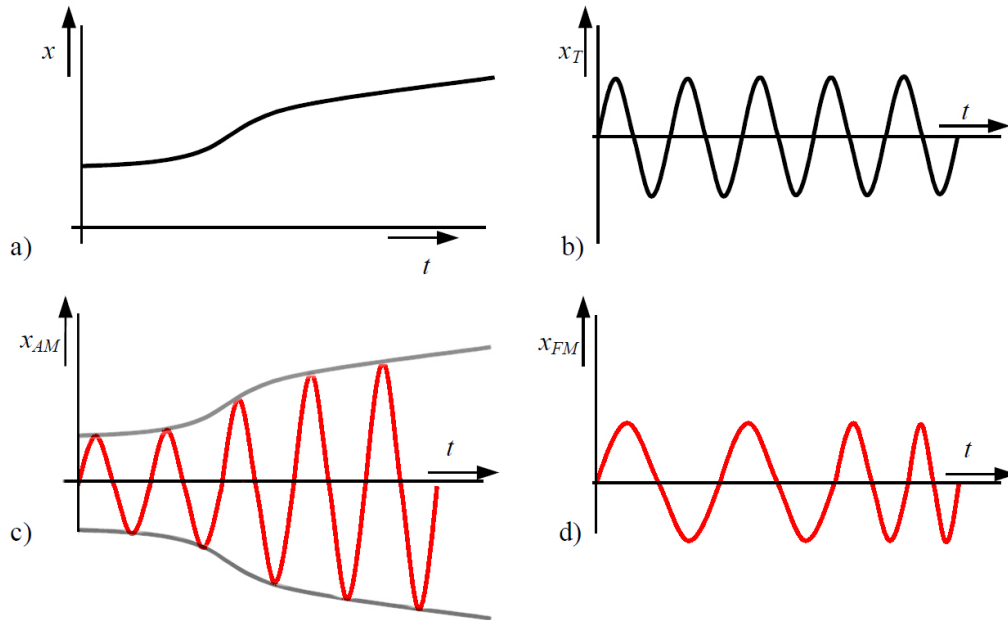


Abbildung 2.2: Beispiele für Modulation einer Trägerschwingung

- a) zeitlicher Verlauf des Messsignals $x(t)$ (Zeitfunktion, die den Träger moduliert)
- b) unmodulierte Trägerschwingung $x_T(t)$
- c) Amplitudenmodulation (AM)
- d) Frequenzmodulation (FM)

Die Rückgewinnung der originalen Amplituden-Zeitfunktion erfolgt durch Demodulation. Trägerschwingung ist häufig eine Rechteckpulsfolge (z. B. Pulsamplituden-Modulation oder Pulsdauer-Modulation).

Pulscode-Modulation: Wandlung des Informationsparameters eines Messsignal (oder allgemein eines Nutzsignals) in Folgen von Impulsgruppen, wobei deren Kodierung entsprechend einem vereinbarten Alphabet erfolgt.

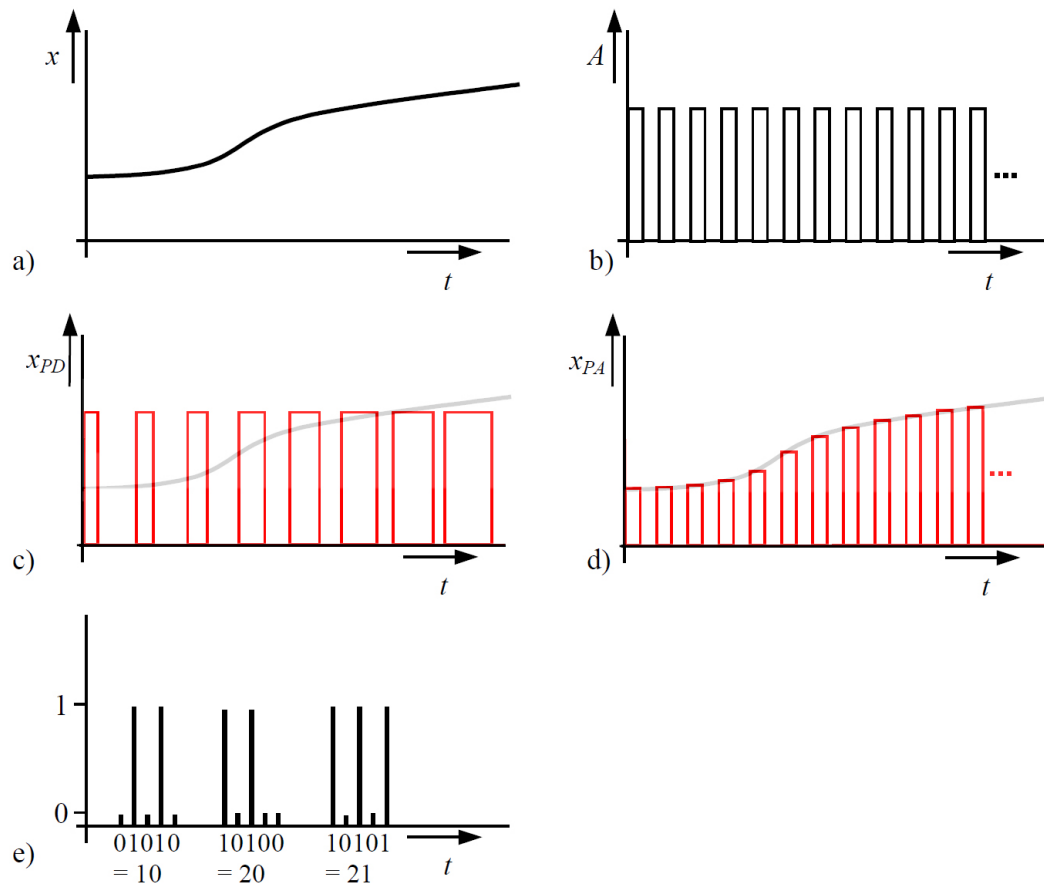


Abbildung 2.3: Beispiele für verschiedene Pulsmodulationsarten

- a) zeitlicher Verlauf des Messsignals $x(t)$
- b) unmodulierte Pulsfolge
- c) Pulsdauer-Modulation
- d) Pulsamplituden-Modulation
- e) Pulscode-Modulation mit Beispiel-Kodierungen

Pulsdauer- und Pulscode-Modulationssignale sind direkt im Rechner, d. h. ohne vorherige Analog-Digital-Wandlung verarbeitbar, was ihre Bedeutung für die moderne, rechnergesteuerte Messtechnik ausmacht.

2.3 Analog- Digitalwandlung

- Dominanz digital arbeitender Messgeräte und -systeme
- Erforderlich: Umwandlung von analogen Eingangssignale in digitalisierte Messinformationen
- Informationsverlust durch Digitallisierung

Definition Analog-Digital-Wandlung:

Der unendliche Wertevorrat der analogen Größe wird auf einen endlichen Wertevorrat von Teilbereichen (Quanten) abgebildet.

Umwandlung z.B. in Binärdarstellung in zwei Schritten:

1. Quantisieren
2. Kodieren

Intervall 1 **LSB** (least significant bit = kleinstwertigstes Bit, sinngemäß: kleinstes unterscheidbares Inkrement).

Grenzen sind der Auflösung gesetzt durch:

- Erforderlichen technischen Aufwand
- Genauigkeit der Darstellung der Referenzinformation (z.B. Referenzspannung, LSB-Intervall)

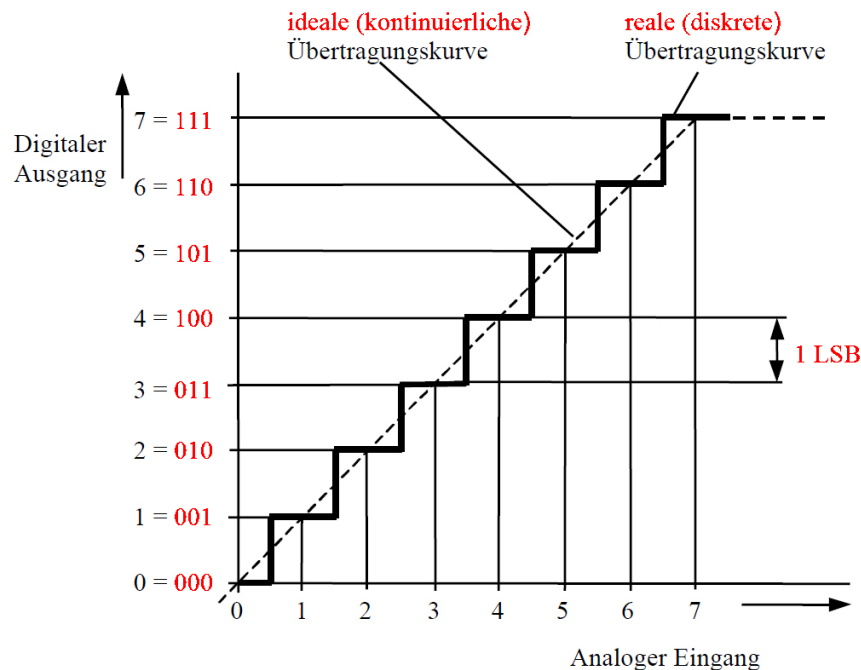


Abbildung 2.4: Kennlinie eines 3-Bit-AD-Wandlers

Das Shannonsche **Abtasttheorem** besagt, wie oft eine Sinusschwingung abgetastet werden muss, damit sie aus dem digitalisierten Signal wieder verlustfrei regeneriert werden kann.

Wenn f die Frequenz der zu digitalisierenden Sinusschwingung und f_{ab} die Abtastfrequenz (Abtastrate, sampling) für die Sample-Entnahme ist, gilt lt. Shannon:

$$f_{ab} > 2 \cdot f \quad (2.1)$$

Eine Sinusschwingung muss in einer Periode mindestens zweimal abgetastet werden, um aus dem digitalisierten Kurvenverlauf, der zeit- und wertediskret ist, mittels eines idealen Tiefpasses wieder die Originalschwingung zu generieren.

- Höhere Frequenzen kann zu Mehrdeutigkeiten des gewonnenen digitalen Ausgangssignals führen
- Abhilfe: Anti-Aliasing-Filter (steilflankiger Tiefpassfilter, der Signalanteile mit Frequenzen $> f_{ab}/2$ unterdrückt

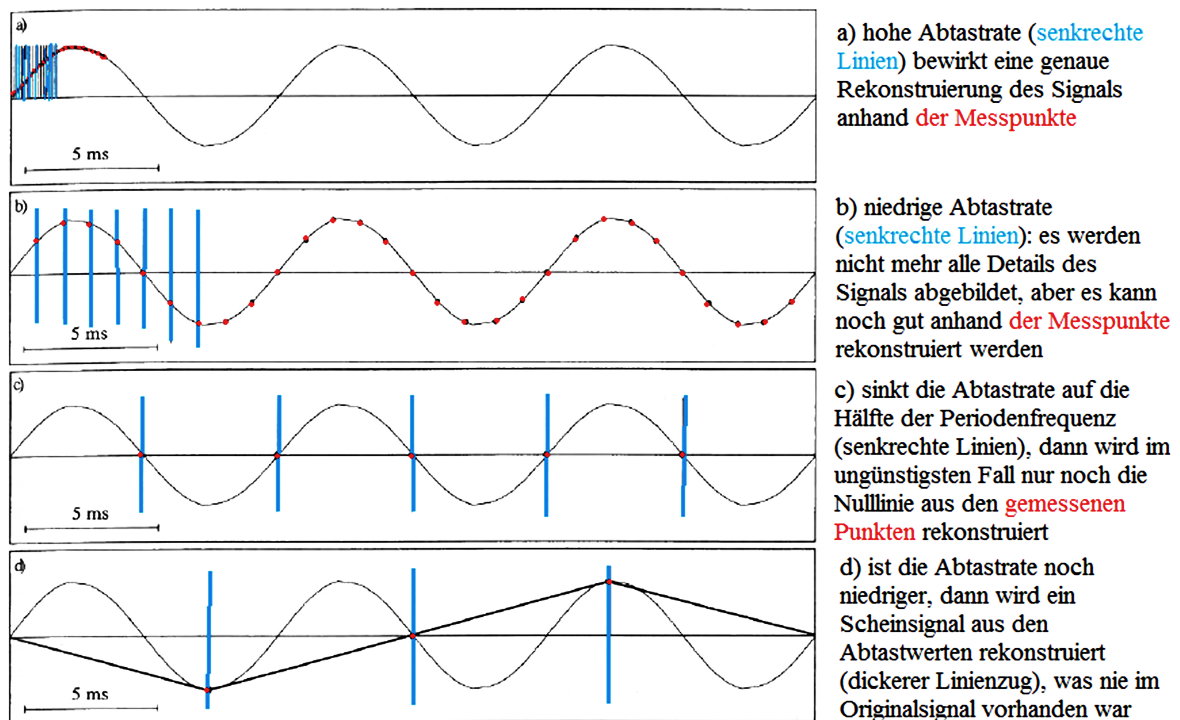


Abbildung 2.5: Grafische Darstellung der Abtastraten im Zeitbereich.

- a), b) over sampling
c) perfect sampling
d) under sampling

2.4 Verständnisfragen

1) Warum werden statt analoger Messsignale, obwohl sie zumindest theoretisch jeden Wert für den Informationsparameter innerhalb des Wertebereichs annehmen können, zunehmend diskrete Messsignale zur Informationsübertragung verwendet?

Lösung:

- Fehleranfälligkeit von analogen Signalen (Amplitudenänderung).
- Verfälschung bei diskreten Signalen erst bei Überschreitung der Umschaltswelle.
- Diskrete Signale lassen sich fehlersicher codieren und digital darstellen.

2) Nennen Sie praxisrelevante Beispiele für Messeinrichtungen, in denen analoge, kontinuierliche bzw. diskrete, diskontinuierliche Messsignale auftreten.

Lösung:

Messeinrichtung mit analogem, kontinuierlichen Messsignal:

- Manometer an Druckkessel
- aufgesetzte Messuhr (z. B. Messung Wärmeausdehnung)
- analoger Spannungsmesser (Strommesser) (z. B. Drehspulmesswerk)

Messeinrichtung mit diskretem diskontinuierlichen Messsignal:

- Geiger-Müller-Zähler (Messung der Radioaktivität)
- alle digital anzeigenden Messeinrichtungen (z. B. Digitalmultimeter, Digitalzähler)

3) Wodurch werden die Grenzen der technisch erreichbaren Genauigkeit eines AD-Wandlers bestimmt?

Lösung:

Erreichbare Genauigkeit entspricht meist dem Wert der kleinsten unterscheidbaren Einheit, dem LSB.

4) Ein Messsignal besitzt als höchsten Frequenzanteil eine Frequenz von $f_{max} = 16 \text{ kHz}$. Mit welcher Frequenz muss dieses Signal mindestens abgetastet werden, wenn durch die Zeitdiskretisierung kein Informationsverlust auftreten soll.

Lösung:

Die Abtastfrequenz f_{ab} muss gemäß dem Shannonschen Abtasttheorem größer 32 kHz sein.

5) Ein Messsignal besitzt eine obere Grenzfrequenz f von 12,5 kHz.

a) Wie groß muss nach dem Abtasttheorem die Abtastfrequenz f und die Abtastperiode Δt mindestens sein?

b) Der serielle Speicher besitzt eine Speichertiefe von $S = 80.000$ bit. Wieviele Messwerte N_0 (Blocklängen) können innerhalb eines Beobachtungsintervalls T_F (Fensterbreite) für ein abgetastetes Signal mit einer Wortlänge A (Amplitude) von 16 bit dem Messsignal entnommen werden?

c) Wie groß ist das Beobachtungsintervall T_F ?

d) Wie groß ist die spektrale Auflösung Δf (Wie oft beobachte ich das komplette Intervall in der Sekunde)?

Lösung:

$$\text{a) } f_a > 2f_g = 25 \text{ kHz}; \Delta t = \frac{1}{f_a} < \frac{1}{2f_g} = 40 \mu\text{s}$$

$$\text{b) } N_0 = \frac{S}{A} = 5000$$

$$\text{c) } T_F = N_0 \Delta t = \frac{N_0}{f_a} = 0,2 \text{ s}$$

$$\text{d) } \Delta f = \frac{1}{T_F} = \frac{1}{N_0 \Delta t} = 5 \text{ Hz}$$

KAPITEL 3

Messmethoden

Prinzipielle Messmethoden:

- Ausschlagmethode
- Differenzmethode
- Kompensationsmethode

3.1 Ausschlagmethode

- Messergebnis durch die Verschiebung einer Marke (Zeiger) gegen eine Skala
- Messgröße x_e wird direkt in eine Ausgangsgröße x_a überführt
- Hilfsenergie wird meist dem Messobjekt entzogen

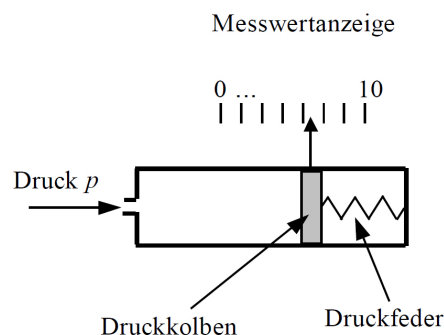


Abbildung 3.1: Druckmesser als Beispiel für die Ausschlagmethode. Der Druck p wirkt als Eingangsgröße x_e über den Druckkolben gegen die Druckfeder, die resultierende Bewegung des Druckkolbens ist als Ausgangsgröße x_a ein Maß für den Druck p .

Beispiele:

- Elektrische Spannungsmesser
 - Elektromechanisch: Z.B. Drehspulmesswerk, rel. hohe Energie zur Erzielung des Ausschlags erforderlich
 - Elektronisch: Energiebedarf kann vernachlässigt werden
- Flüssigkeits-Ausdehnungsthermometer
- Mechanische Messuhr

3.2 Differenzmethode (Vergleichsmethode)

Ziel: Rückwirkung vermindern.

Die Messgröße wird einer konstanten Vergleichsgröße gegenübergestellt.

Bestimmung der Differenz zwischen Mess und Vergleichsgröße. Über die Größe der sich ergebenden Differenz können sich Störungen auf das Messergebnis auswirken.

Eine möglichst kleine Differenz ergibt eine kleine resultierende Wirkung der Störeinflüsse, die gleichzeitig auf die Messgröße und die Vergleichsgröße einwirken.

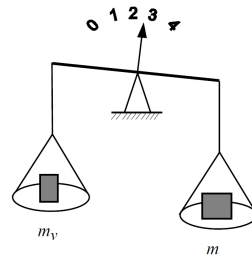


Abbildung 3.2: Prinzip der Neigungswaage
 m_v -Vergleichsmasse (konstant),
 m - zu messende Masse (Messgröße).

Beispiele:

- Neigungswaage
- Temperaturmessung mit Thermoelementen
- Unterschiedsmessung von Längen

3.3 Kompensationsmethode

Ziel: Weiterentwicklung der Vergleichsmethode führt zur Kompensationsmethode

Eine variable Vergleichsgröße wird dem Messwert entgegengesetzt, um die Differenz zwischen beiden Größen gegen Null streben zu lassen.

Auswertung erfolgt durch Nullindikator und Vergleichsgröße (Kompensationsgröße) und ist unmittelbar ein Maß für den zu ermittelnden Messwert.

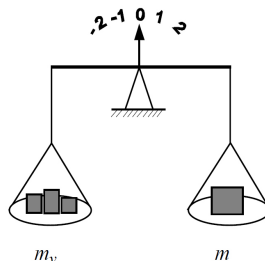


Abbildung 3.3: Prinzip der Hebelwaage (Apothekerwaage)
 m_v -Vergleichsmasse (konstant),
 m - zu messende Masse (Messgröße); im Abgleichfall gilt: $m_v = m$.

Vorteile:

- Im Kompensationsfall wird dem Messobjekt keine Energie entzogen.
- Der Indikator kann für den Kompensationsfall (Nullindikation) mit einer gegen Unendlich gehenden Empfindlichkeit arbeiten.
- Störungen, die mit gleichem Betrag und Vorzeichen auf Messgröße und Kompensationsgröße wirken, können das Messergebnis nicht verfälschen.

Nachteil:

- Erhöhter Aufwand des Messaufbaus

Beispiele:

- Hebelwaage (Apothekerwaage)
- Spannungskompensator (Motorkompensator)

Bei einem Spannungskompensator wird die Stellung des Schleifers am Widerstand R von Hand oder mittels eines Stellmotors solange verstellt, bis die an R abgegriffenen Spannung $U_{\Delta R}$ gleich der Spannung U_M ist, die gemessen werden soll. Im Abgleichfall ergibt sich folglich eine Spannungsdifferenz Null über dem Messwerk; es kann kein Messstrom I_M fließen. Somit wird der Messquelle keine Energie entzogen und der Abgleichfall kann mit einem sehr empfindlichen Strommesser bestimmt werden.

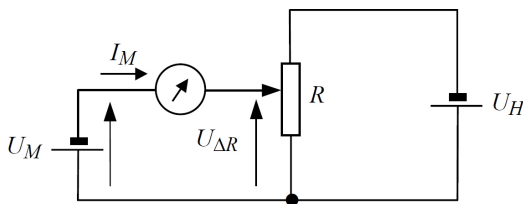


Abbildung 3.4: Prinzip des Motorkompensators

U_M zu messende Spannung,

U_H Hilfsspannung

I_M Messtrom

- Gravitationswellen-Nachweis

Ein Gravitationswellendetektor (auch Gravitationswellen-Observatorium) ist ein experimenteller Aufbau, mit dem geringe Störungen der Raumzeit (Gravitationswellen) gemessen werden, welche von Albert Einsteins allgemeiner Relativitätstheorie vorhergesagt wurden.

Am 11. Februar 2016 gab das LIGO-Observatorium (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) bekannt, im September 2015 erstmals Gravitationswellen von zwei kollidierenden Schwarzen Löchern direkt gemessen und damit nachgewiesen zu haben.

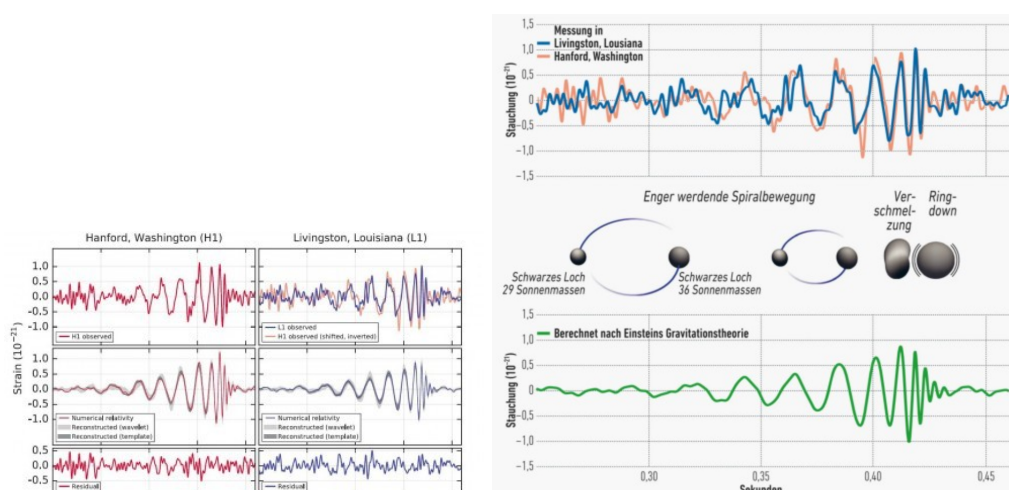
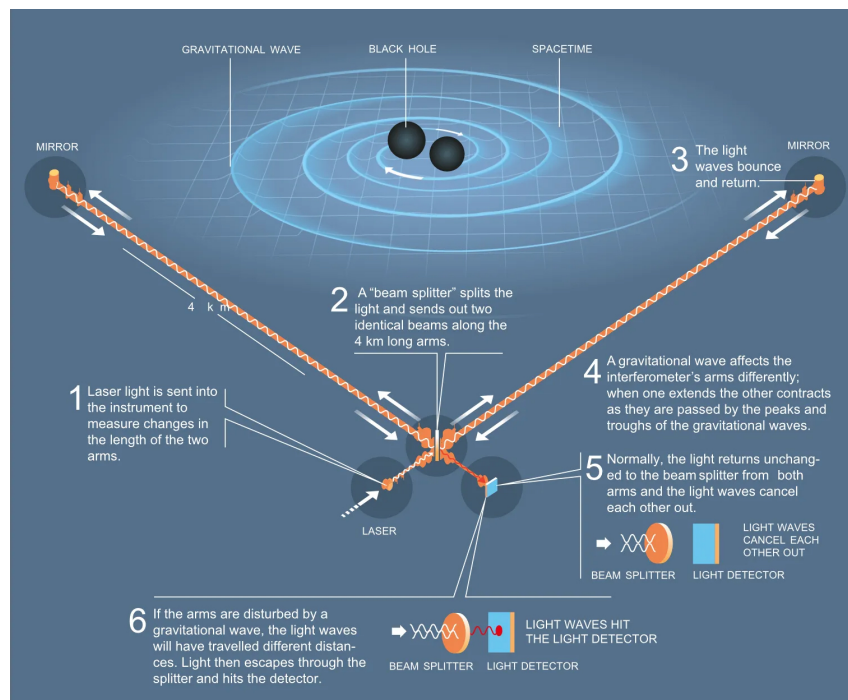
Für entscheidende Beiträge zum LIGO-Detektor und der Beobachtung von Gravitationswellen wurden 2017 die Wissenschaftler Rainer Weiss (USA, 50 %), Barry C. Barish und Kip S. Thorne (USA, je 25 %) mit dem Nobelpreis für Physik geehrt.

Die aktiven Gravitationswellendetektoren auf der Erde haben inzwischen über hundert verschiedene Ereignisse registriert (2024). In den meisten Fällen handelt es sich dabei um Zusammenstöße von zwei Schwarzen Löchern aus Millionen bzw. Milliarden Lichtjahren entfernten Galaxien.

LIGO besteht aus zwei Observatorien, die sich in Hanford (Washington) und in Livingston (Louisiana) befinden.



Die beiden Anlagen bestehen aus zwei senkrecht zueinander verlaufenden Armen, durch die jeweils ein Laserstrahl läuft. Spiegel am Ende der beiden Röhren werfen das Licht wieder zurück, um die beiden Strahlen schließlich zu überlagern. Eine vorbeiziehende Gravitationswelle streckt einen Arm, während sie den anderen staucht. Dadurch verlängern beziehungsweise verkürzen sich die von den Laserstrahlen durchquerten Strecken – und die beiden Lichtwellen schwingen nicht mehr im Takt, was ein charakteristisches Signal erzeugt.



3.4 Verständnisfragen

1) Warum treten bei der Ausschlagmethode immer (wenn auch kleine) Rückwirkungen auf die Messgröße auf?

Lösung:

Die zur Realisierung des Anzeigeausschlags notwendige **Energie wird dem Messobjekt entzogen**.

2) Begründen Sie die vorrangige Verwendung der Kompensationsmethode für hochgenaue Messsysteme.

Lösung:

Drei Gründe sind anzuführen:

- Im Kompensationsfall (Abgleichfall), sind Messgröße und Kompensationsgröße gleich groß. Es wird dem Messobjekt keine Energie entzogen, d. h. es treten **keine Rückwirkung auf das Messobjekt** auf.
- Der Abgleichfall kann mit einem Indikator ermittelt werden, der mit einer **gegen unendlich gehenden Empfindlichkeit** arbeitet, somit ist der Abgleichfall sehr genau bestimmbar.
- Bei geeigneter Konstruktion wirken Störungen aus der Umwelt in gleicher Weise auf Messgröße und Kompensationsgröße. Im Abgleichfall **kompensieren sich die Störwirkungen zu Null**, weil die Differenz aus Messgröße und Kompensationsgröße zum Nachweis des Abgleichfalls benutzt wird; diese Differenz ist im Abgleichfall somit unabhängig von den Störungen gleich Null.

KAPITEL 4

Einführung in die Fehlerrechnung

4.1 Grundbegriffe

Aufgrund bekannter und unbekannter Einflussgrößen auf den Messvorgang ist die ideale Messung, nicht realisierbar. Ein Messergebnis kann nur ein Schätzwert sein.

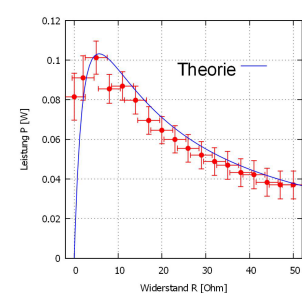
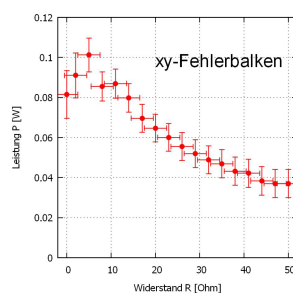
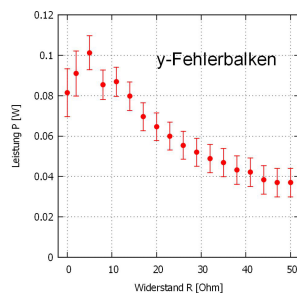
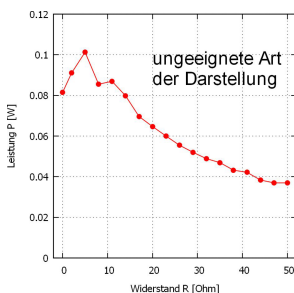
- **Wahrer Messwert:** Ideale Messung, nicht realisierbar
- **Richtiger Messwert:** Mit aufwendigem Verfahren ermittelter Wert einer Messgröße, dessen Abweichung vom wahren Wert vernachlässigt werden kann. Z.B. Ergebnis einer Kalibrierung
- **Wahrscheinlichster Messwert:** Durch Fehlerrechnung ermittelter Schätzwert einer Messgröße
- **Abweichung:** Bei Messwerten, die innerhalb zulässiger Toleranzen liegen (DIN 1319)
- **Unsicherheiten:** Bei Messergebnissen, die sich aus den Messwerten ergeben.
- **Fehler:** (eigentlich) Abweichungen, die die vorgegebenen Grenzen überschreiten

Jede Messung, egal wie sorgfältig, ist grundsätzlich fehlerbehaftet. In der üblichen Konvention wird ein Messergebnis für eine Größe x wie folgt beschrieben:

$$x = x_w \pm \Delta x$$

x_w : der "wahrscheinlichste", oder "beste Schätzwert" für das Messergebnis

Δx : die Messunsicherheit



Fehlerarten:

Absolut:	Δt	$t = (10 \pm 1) \text{ s}$	$t = 10 \text{ s} , \Delta t = 1 \text{ s}$ $t = 10(1) \text{ s}$
Relativ:	$\Delta t/t$	$t = 10(1 \pm 0.1) \text{ s}$	$t = 10 \text{ s} , \Delta t/t = 0.1$
Prozentual:	$\Delta t/t \cdot 100\%$	$t = 10(1 \pm 10\%) \text{ s}$	$t = 10 \text{ s} , \Delta t = 10\%$

Unsicherheiten, bzw. "Fehler" sollten bevorzugt relativ angegeben werden.

Fehler werden üblicherweise einstellig, maximal zweistellig angegeben und immer aufgerundet. Das Ergebnis wird stets so gerundet, dass es genauso viele Stellen nach dem Komma besitzt wie der Fehler.

Beispiele:

Richtig: $t = (10 \pm 1) \text{ s}$ $t = (10.12 \pm 0.01) \text{ s}$ $t = (10.1234 \pm 0.0012) \text{ s}$

Falsch: $t = (10.1 \pm 1) \text{ s}$ $t = (10.1 \pm 0.01) \text{ s}$ $t = (10.1234 \pm 0.0123) \text{ s}$

Aufgabe 1:

Der Widerstand eines Shunt für Strommesszwecke wurde im Kalibrierlabor mit aufwendigen Messverfahren zu $R = 0.207 \Omega$ bestimmt. Damit kann dieser Wert als richtiger Wert x_R des Shuntwiderstandes für Betriebsmittel angenommen werden. Die Messung des Shunts mit einem Betriebsmessgerät ergab einen Schätzwert für die Messgröße von $x = 0.212 \Omega$.

- Gesucht ist die absolute Abweichung A .
- Die relative Abweichung A_{rel} ist jeweils bezogen auf den richtigen Wert von R und den Schätzwert zu beziehen.
- Es sollen die berechneten relativen Abweichungen diskutiert werden.

**Lösung:**

$$A = x - x_R$$

$$A = 0.212 \Omega - 0.207 \Omega = 0.005 \Omega .$$

Damit können die relativen Abweichungen bezogen auf x_R und x berechnet werden:

$$A_{rel1} = \frac{A}{x_R} = \frac{0.005 \Omega}{0.207 \Omega} = 0.02415 \Rightarrow 2.415\% ,$$

$$A_{rel2} = \frac{A}{x} = \frac{0.005 \Omega}{0.212 \Omega} = 0.02358 \Rightarrow 2.358\% .$$

Die berechneten Werte für die relativen Abweichungen unterscheiden sich zwangsläufig. Allerdings sind diese Unterschiede (in unseren Fall ca. 2,4 %) für die meisten messtechnischen Überlegungen nicht bedeutsam, so dass die Berechnung der relativen Abweichung mit dem Schätzwert der Messgröße oft akzeptiert werden kann. Außerdem wird in der messtechnischen Praxis die relative Abweichung häufig nur auf wenige relevante Stellen, z. B. zwei Stellen angegeben. Das würde in diesem Beispiel für beide Berechnungen zu der relativen Abweichung $A_{rel} = 2,4 \%$ führen.

4.2 Fehlerarten

Gemäß ihres Ursprungs unterscheidet man prinzipiell drei Arten von Messfehlern:

- Grobe Fehler
- Systematische Fehler
- Zufällige Fehler

Art der Fehler	---	grob	systematisch	zufällig
				
Abweichung	optimale Verteilung der Messwerte	Aussagen schwer möglich	gering	hoch
Qualität des Mittelwertes			schlecht	gut

4.2.1 Grobe Fehler

Grobe Fehler sind 'unerlaubte Fehler' und sollten durch

- Sorgfalt
- kritisches Überprüfen
- Kontrollieren der Ergebnisse

vermieden werden. Messungen sind falsch und müssen wiederholt werden.

4.2.2 Systematische Fehler

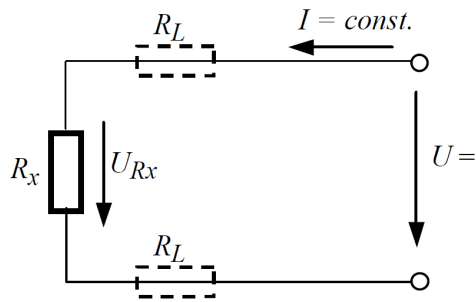
- sind häufig sehr schwer zu erkennen
- verfälschen den Messwert immer in eine Richtung
- durch eine Wiederholung der Messung können sie weder erkannt noch vermieden werden
- lassen sich nicht durch statistische Verfahren eliminieren

Ursachen für Systematische Fehler:

- Verwendung falscher Messinstrumente
- Falsche elektrische Schaltung
- Überschreitung der Gültigkeitsgrenze physikalischer Gesetze
- Äußere Einflüsse (Luftauftrieb, Temperatur, äußere Störfelder)

Durch Berücksichtigung der Einflüsse können Systematische Fehler teilweise korrigiert werden. Z.B. Variation der Messmethoden, der Messbedingungen oder durch Kalibrierung).

Oft ist großer Aufwand erforderlich (unter Praktikumsbedingungen nicht möglich).

Aufgabe 2:**Abbildung 4.1:** WiderstandsmessschaltungGegeben:

Messschaltung nach Bild 6-1

2 Laborkabel mit folgenden Eigenschaften:

Länge $l = 2 \text{ m}$,Kabelquerschnitt $A = 0.5 \text{ mm}^2$,

Leitermaterial: Kupfer mit einem

spezifischen Widerstand $\rho = 0.0175 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ Messstrom $I = \text{const.} = 100 \text{ mA}$.Gesucht:

Systematische Abweichung der gemessenen Spannung.

Lösung:

Berechnung des Widerstands der Zuleitung:

Die Gleichung zur Bestimmung eines Widerstands lautet:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A}$$

$$R = R_L = \frac{0,0175 \frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot 2 \text{ m}}{0,5 \text{ mm}^2} = 0,07 \Omega = 70 \text{ m}\Omega$$

Daraus folgt für den gemessenen Spannungsabfall U die bekannte systematische Abweichung $A_{s,b}$:

$$A_{s,b} = 2U_{RL} = I \cdot 2R_L$$

$$A_{s,b} = 100 \text{ mA} \cdot 2 \cdot 70 \text{ m}\Omega = 0,1 \text{ A} \cdot 2 \cdot 7 \cdot 10^{-2} \Omega$$

$$A_{s,b} = 0,014 \text{ V} = 14 \text{ mV}$$

4.2.3 Zufällige Fehler

- sind trotz Ausschalten aller systematischen Fehler vorhanden
- die Messwerte streuen um den wahren Wert
- Ermittlung durch Anwendung statistischer Verfahren (wie Fehlerrechnung)

Ursachen für zufällige Fehler:

- Die Messgröße selber besitzt einen stochastischen Charakter z.B. der radioaktive Zerfall von Atomkernen
- Zufällige und unvorhersehbare äußere Einflüsse z.B. kurzzeitige Temperaturschwankungen
- Die Reibung in einem Messinstrument
- Ableseabweichungen (Parallaxe) Zufällige Fehler sind prinzipiell nicht vermeidbar, lassen sich jedoch durch wiederholte Messungen und geeignete Auswertungsmethoden verringern.

4.3 Berechnung zufälliger Fehler

Die Fehlerrechnung beantwortet folgende Fragen:

- Wie schätzt man den Fehler, wenn die Messgröße nur einmal direkt gemessen wird?
- Wie weit entfernt sich der einzelne Messwert durchschnittlich vom Mittelwert? (Ein Maß hierfür ist der mittlere Fehler der Einzelmessung oder die Standardabweichung)
- Wie weit entfernt sich der gemessene Mittelwert vom 'wahren' Wert? (d.h. wie groß ist der mittlere Fehler des Mittelwerts oder Vertrauensbereich des Mittelwerts)
- Wie weit entfernt sich ein Funktionswert vom 'wahren' Wert, wenn er nicht selbst gemessen, sondern aus fehlerbehafteten Größen errechnet wurde? (d.h. wie groß ist der mittlere und maximale Fehler eines Funktionswerts)

4.3.1 Fehlerabschätzung einmaliges Messen

Eine Messgröße x wird nur einmal direkt gemessen

Fehlerabschätzung (Größtfehler):

- Ablesegenauigkeit auf der benutzten Skala
- Genauigkeitsklasse der Messgeräte

Beispiele:

- $\Delta x = \pm 0,5$ mm für Lineale mit Millimeterskala
- Genauigkeitsklassen von Analogmessgeräten. 1,5 z.B. bedeutet, dass $\Delta x = 1,5\%$ vom Messbereichsendwert zu nehmen ist

Die Genauigkeitsklasse gibt bezogen auf den Endwert des gewählten Messbereiches eine symmetrische Fehlergrenze in Prozent an, die das so klassifizierte Messgerät bei Nutzung unter vorgeschriebenen Bedingungen nicht verletzen darf. Tabelle 6.1 zeigt die in einschlägigen Normen festgelegten Genauigkeitsklassen.

Messgerätekategorie	Genauigkeitsklassen
Präzisionsmessgeräte	0,001; 0,002; 0,005; 0,01; 0,05
Feinmessgeräte	0,1; 0,2; 0,5
Betriebsmessgeräte	1; 1,5; 2,5; 5

Tabelle 4.1: Genauigkeitsklassen für Messgeräte

4.3.2 Messreihen

Wird die Messung im Rahmen einer Meßreihe mehrfach durchgeführt, so streuen die Messwerte um einen Mittelwert. Je häufiger die Messung durchgeführt wird, um so näher liegt der Mittelwert am wahren Wert und umso kleiner wird der Fehler des Mittelwertes.

Wird eine Größe in einem Experiment n -fach gemessen, so streuen alle Messwerte x_i um einen Mittelwert $\bar{x}$:

Arithmetischer Mittelwert $\bar{x} \Rightarrow$ Erwartungswert μ (für $n \rightarrow \infty$)

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (4.1)$$

Der arithmetische Mittelwert einer Messreihe wird auch als bester Schätzwert der Messgröße aufgefasst.

Empirische Standardabweichung $s \Rightarrow$ Standardabweichung σ (für $n \rightarrow \infty$)

$$s = s(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4.2)$$

Die empirische Standardabweichung s beschreibt die mittlere quadratische Abweichung der Einzelwerte einer Messreihe von deren Mittelwert, gibt also an, wie die Daten um den Mittelwert verteilt sind.

Man kann die empirische Standardabweichung auch als Schätzwert der Standardabweichung σ und entsprechend die Größe s^2 als Schätzwert der Varianz σ^2 bezeichnen.

Große Abweichungen vom Mittelwert sind seltener als kleine. Trägt man die Häufigkeit N , mit der ein Messwert auftritt, über dem Messwert auf, ergibt sich im Grenzfall einer unendlichen Anzahl von Messungen eine Normalverteilung (Glocken-, Gaußkurve):

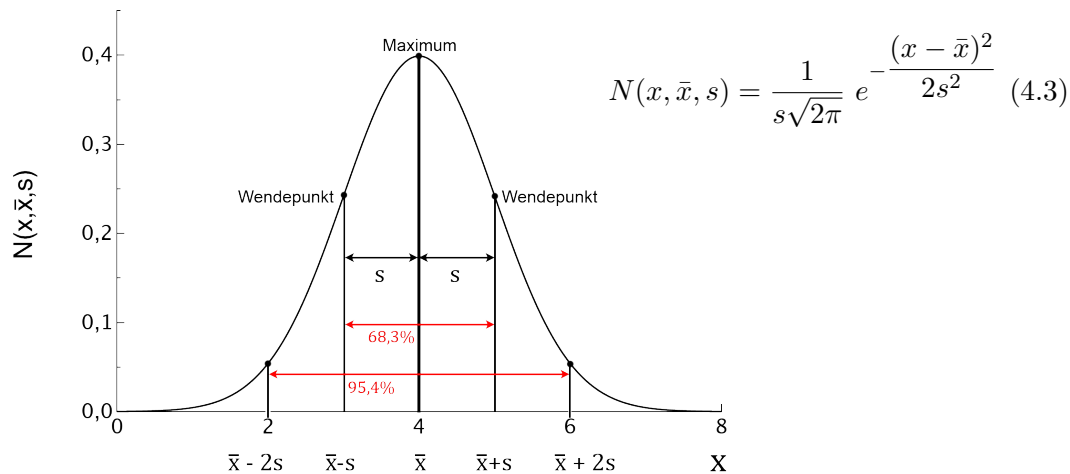


Abbildung 4.2: Breite der Gaußkurve: Maß für die Qualität des Experimentes.

Mit $\bar{x} \pm s$ wird ein Bereich unter der Gaußkurve erfasst, in dem 68,3% aller Messwerte liegen, mit $\bar{x} \pm 2s$ erfasst man 95,4%, mit $\bar{x} \pm 3s$ erfasst man 99,7%.

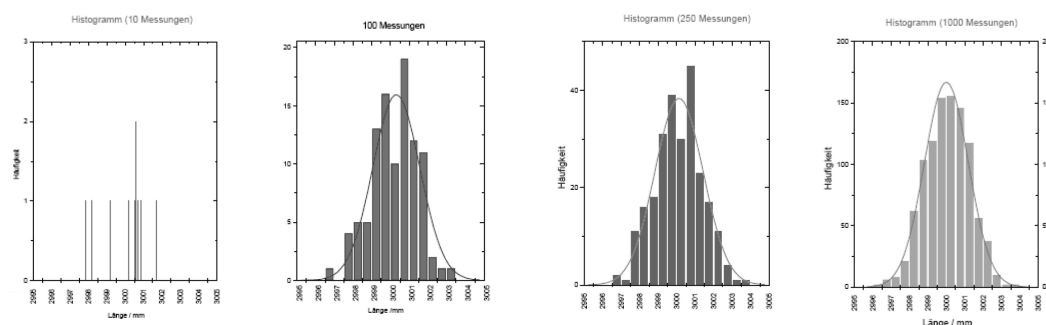


Abbildung 4.3: Mit zunehmender Anzahl von Messungen nähert sich die Häufigkeitsverteilung einer Gaussfunktion (Voraussetzung: rein statistische Fehler)

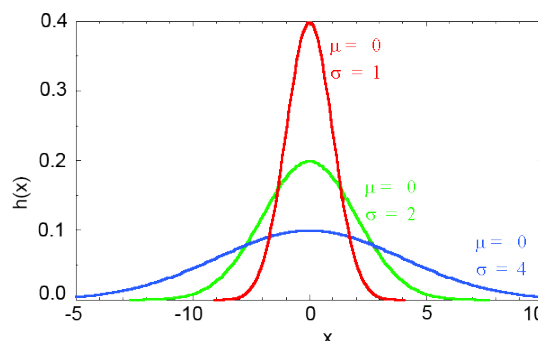


Abbildung 4.4: Normierte Darstellung für $n \rightarrow \infty$: Größere Werte von σ lassen den Graphen der Normalverteilung um den Erwartungswert $\mu = 0$ herum flacher verlaufen.

Beispiel:

Die nachfolgende Abbildung vergleicht die Körperlänge von Mäusen und jungen Kätzchen miteinander (jeweils vom Kopf bis zum Anfang des Schwanzes, die Werte sind nur bedingt realistisch). Mäuse sind offensichtlich kleiner als Katzen. Ihre Körpergröße wurde hier auf 9 cm geschätzt (Erwartungswert 9).

Die Körperlänge von Kätzchen ist größer, daher liegt der Erwartungswert bei 16 (entspricht 16 cm). Die Körperlänge von Mäusen schwankt etwa zwischen 7 und 11 cm, also im Bereich ± 2 cm. Die Körpergröße von Katzen hingegen schwankt zwischen etwa zwischen 13.3 und 18.7 cm (± 2.7 cm). Entsprechend ist die Standardabweichung der Normalverteilung der Mäuse etwas geringer als bei Katzen, denn die Körpergröße der Mäuse weicht weniger vom Erwartungswert ab. Daraus folgt, dass die Glockenkurve der Mäuse eher spitz und die der Katzen etwas flacher ist.

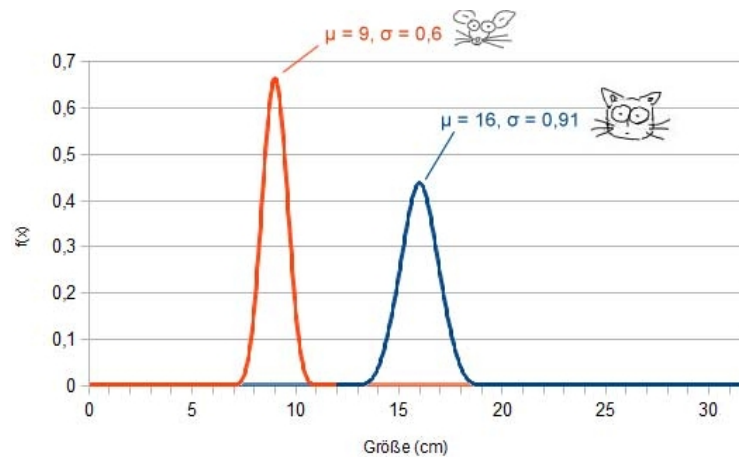


Abbildung 4.5: Normalverteilungen für die Körperlängen von Mäusen und Katzen. Die Standardabweichung ist bei Katzen etwas größer, daher ist auch der Graph ihrer Normalverteilung etwas flacher (es liegen mehr Werte „abseits“ des Erwartungswerts).

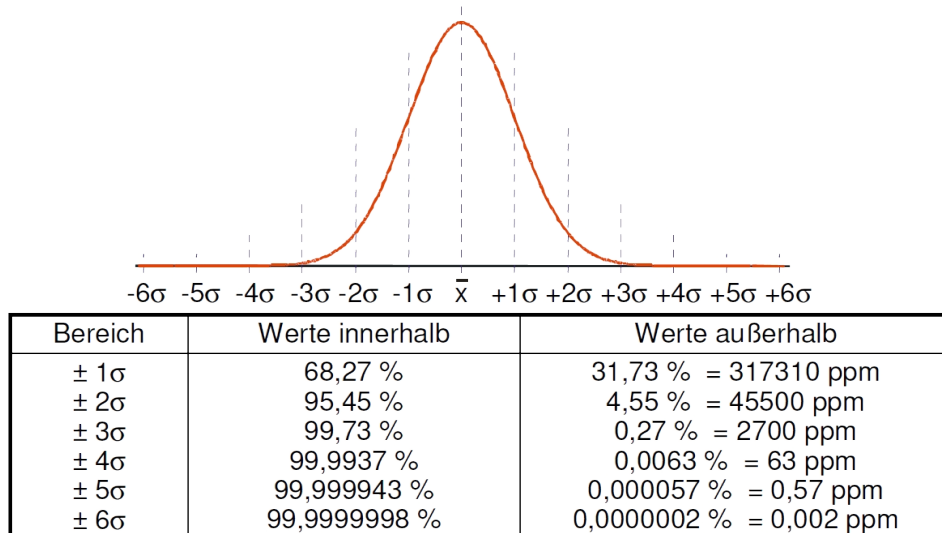
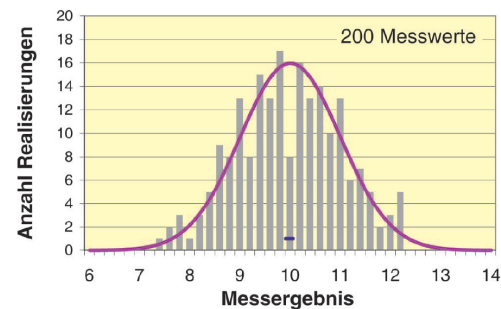
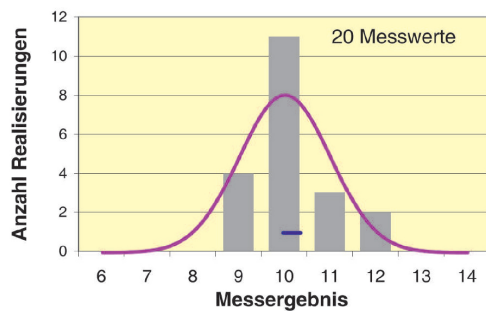
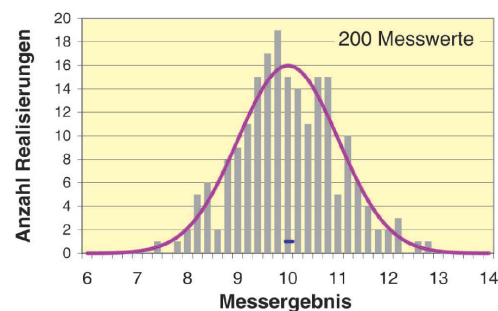
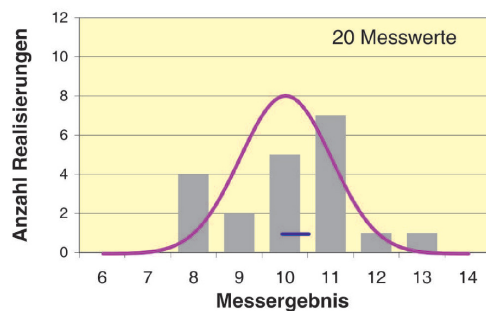
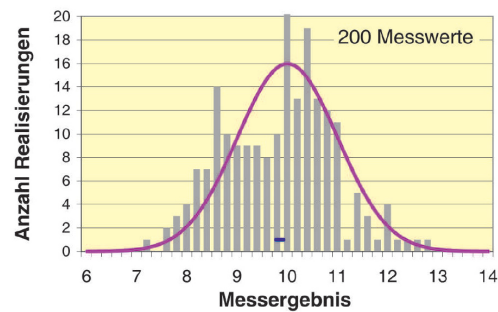
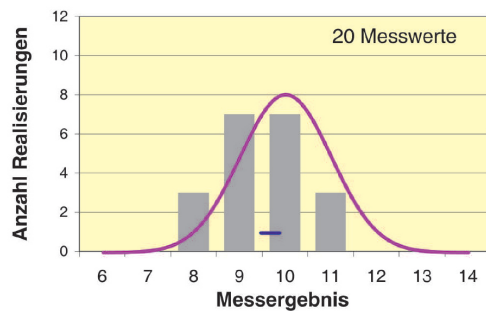


Abbildung 4.6: Zusammenhang zwischen Prozentanteilen und Sigma-Bereichen (bei der Normalverteilung).

Angenommene symmetrische Intervallgrenzen	Bezeichnung in der betrieblichen Messpraxis	Wahrscheinlichkeit, dass ein Messwert im angenommenen Intervall liegt
$\mu \pm 1 \cdot \sigma$	Orientierende Messung	68,27 %
$\mu \pm 1,96 \cdot \sigma$	Betriebsmessung	95,00 %
$\mu \pm 2 \cdot \sigma$		95,45 %
$\mu \pm 2,58 \cdot \sigma$	Präzisionsmessung	99,00 %
$\mu \pm 3 \cdot \sigma$		99,73 %
$\mu \pm 4 \cdot \sigma$		99,99 %

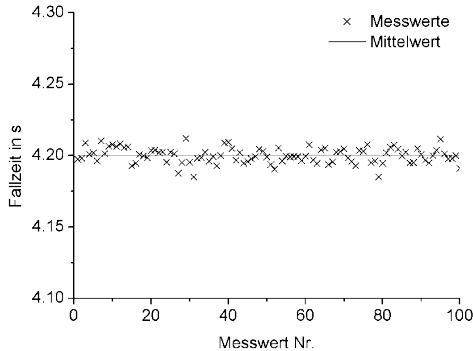
Tabelle 4.2: Einteilung der Messung in Qualitätsbereiche.

Eine Vergrößerung der Zahl der Messungen führt zwar zu einer Verbesserung des Mittelwertes, **nicht** aber zu einer Verkleinerung von s , da die Anzahl der Messungen die Genauigkeit der Einzelmessung nicht beeinflusst.

Beispiel 1:

Beispiel 2:

Eine Kugel wird 100 mal aus 1 m Höhe fallen gelassen und dabei die Fallzeit gemessen. Aus dem für die Fallstrecke geltenden Zusammenhang $s = \frac{1}{2}gt^2$ folgt für die Bestimmung der Erdbeschleunigung $g = \frac{2s}{t^2}$. Zunächst müssen für die weitere Auswertung die gemessenen Zeiten gemittelt werden. Diese sind im folgenden graphisch dargestellt:



Nun wird der Mittelwert bestimmt.

Anschließend werden die Standardabweichung und der Fehler des Mittelwerts bestimmt:

Mittelwert 4,2000 s
 Standardabweichung $\pm 0,005$ s
 Fehler des Mittelwerts $\pm 0,0005$ s

Würde man nur die ersten 10 Zeitmessungen zur Mittelwertbildung heranziehen, erhielte man nach korrekter Rundung folgendes Ergebnis:

Mittelwert 4,210 s
 Standardabweichung $\pm 0,005$ s
 Fehler des Mittelwerts $\pm 0,002$ s

Es ist ersichtlich, dass zwar die Standardabweichung gleich geblieben ist, der Fehler des Mittelwertes jedoch größer ist und somit das Meßergebnis insgesamt schlechter zu bewerten ist. Grundsätzlich ist bei einer Mittelwertbildung darauf zu achten, ausreichend viele Meßwerte aufzunehmen.

Mittelwerte von Mittelwerten:

Ermittelt man nun in vielen Messreihen den Mittelwert viele Male, zeigt sich, dass die Häufigkeitskurve dieser Mittelwerte der Messreihen wieder eine Gaußkurve ist; diese hat nun wiederum eine Standardabweichung.

In der Praxis wird man die Messreihe nicht unendlich oft wiederholen wollen, um die Standardabweichung des Mittelwertes, den sogenannten **Vertrauensbereich** $\Delta\bar{x}$ zu ermitteln.

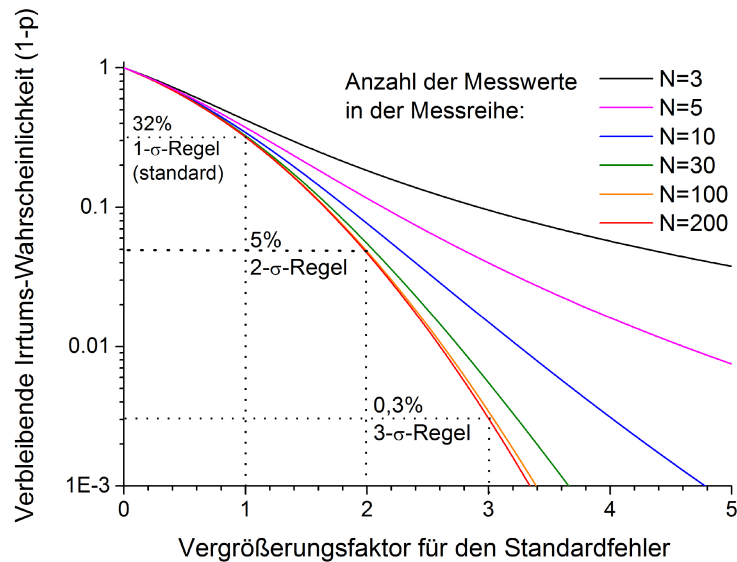
Vertrauensbereich

$$\Delta\bar{x} = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (4.4)$$

Um einen Fehler zu halbieren, muss man die Zahl der Messungen **vervierfachen**. $\Delta\bar{x}$ ist der anzugebende Fehler, wenn ein Ergebnis aus einer Mittelwertbildung gewonnen wurde.

Die Formeln für s und $\Delta\bar{x}$ gelten streng genommen nur für große n ($n > 200$). Für kleinere n ist $\Delta\bar{x}$ mit folgenden Faktoren zu multiplizieren:

n	3	4	5	6	8	10	20
Sicherheit 68,3%	1,32	1,20	1,15	1,11	1,08	1,06	1,03
Sicherheit 99,7%	19,2	9,2	6,6	5,5	4,5	4,1	3,4



Der Vertrauensbereich beschreibt die Aufspreizung des Mittelwertes einer Messreihe zu einem Vertrauensband, das um so breiter ist, je weniger Messwerte zur Auswertung zur Verfügung stehen und je größer das geforderte Vertrauensniveau ist. Erst bei einer Messwertanzahl $n \gg 200$ sind die Werte identisch mit der Theorie.

4.3.3 Behandlung von 'Ausreißern'

Manchmal kann es vorkommen, dass eine Größe mehrmals gemessen wird und einige Messwerte deutlich aus dem Rahmen fallen. Unter welchen Umständen darf man solche Messwerte in der weiteren Auswertung verwerfen, ohne unseriös zu werden, also das Messergebnis unerlaubt zu beschönigen?

Dazu gibt es ein Kriterium, das auf der Funktion $K(n)$ basiert:

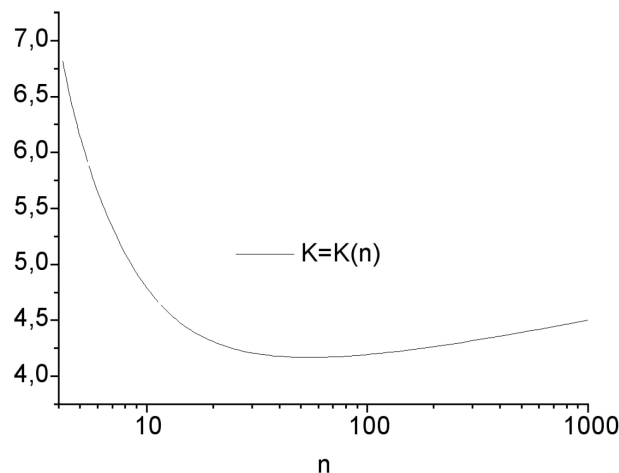


Abbildung 4.7: K-Funktion

Ein Messwert y_n darf dann weggelassen werden, wenn

$$y_n > \bar{y} + K \cdot s \quad \text{oder} \quad y_n < \bar{y} - K \cdot s \quad (4.5)$$

mit $\bar{y}$ und s der Mittelwert und die Standardabweichung ohne den Messwert y_n .

4.4 Fehlerfortpflanzung

In der Praxis interessieren meist die Fehler mittelbar (indirekt) zu messender Größen. Das heißt, es interessiert eine Größe f , die von anderen Größen $x, y, z, \dots$ abhängig ist:

$$f = f(x, y, z, \dots)$$

Wenn eine gesuchte Größe $f(x, y, z, \dots)$ nicht direkt messbar ist, gibt es zwei Möglichkeiten die dabei entstehende Messunsicherheit zu berücksichtigen:

- **Lineare Fehlerfortpflanzung:** Bei Einzelmessungen werden die vorhandenen Größtfehler zur Fehlerermittlung herangezogen (z.B. Messgerätefehler).
- **Gauß'sche Fehlerfortpflanzung:** Bei Messreihen werden die tatsächlichen Fehler aus den Messdaten ermittelt und zur Fehlerermittlung berücksichtigt. Voraussetzung: unkorrelierte Messparameter.

4.4.1 Lineare Fehlerfortpflanzung

Für die Fehlerbetrachtung interessiert nun, wie sich die Größtfehler $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ (oder die Messunsicherheiten) der einzelnen Größen auf den Fehler Δf der Größe f auswirken.

Unter der Voraussetzung kleiner Fehler (gegenüber den Messwerten) lässt sich der gesuchte Fehler mittels einer Reihenentwicklung (Taylorreihe) und Abbruch der Entwicklung nach dem ersten Glied berechnen:

$$f(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z, \dots) = f_w(x, y, z, \dots) + \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial f}{\partial z} \Delta z + \dots = f_w + \Delta f$$

Die Größe $\partial f / \partial x$ z.B. steht dabei für eine 'partielle Ableitung': die Funktion f wird nach x abgeleitet, alle anderen Größen werden in diesem Moment als Konstanten betrachtet.

Analog verfährt man für $y, z, \dots$

Die dargestellte Formel hat noch einen inhaltlichen Fehler:

- entsprechend dieser Vorgehensweise wäre es denkbar, dass sich einzelne Fehler gegenseitig aufheben. Der Gedanke - man muss y etwas ungenauer (in die andere Richtung) messen, damit der Fehler von f kleiner wird - wäre sonderbar.
- Da sich Fehler immer addieren, werden in der dargestellten Formel immer die Absolutbeträge der partiellen Ableitungen benutzt. Damit werden alle Glieder positiv; eine Fehler-Kompensation ist ausgeschlossen.

Lineare Fehlerfortpflanzung wird immer dann verwendet, wenn es bei der Fehlerbetrachtung um Fehlerabschätzungen und Größtfehler geht (z.B. genau definierte Messgeräteabweichungen und systematische Abweichungen).

Es ergibt sich:

$$f_w = f(x, y, z, \dots)$$

$$\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \Delta y + \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right| \Delta z + \dots$$

$$f = f_w \pm \Delta f$$

4.4.2 Gauß'sche Fehlerfortpflanzung

Wenn eine gesuchte Größe $f(x, y, z, \dots)$ nicht direkt messbar ist, sondern aus den gemessenen Größen $x, y, z, \dots$ mit den Fehlern $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \dots$ errechnet werden muss, ist das Fehlerfortpflanzungsgesetz von Gauß anzuwenden.

In der Gauss'schen Fehlerfortpflanzung wird im Gegensatz zur linearen davon ausgegangen, dass sich die statistisch festgestellten Messwertstreuungen bei ihrer Weiterverarbeitung in definierter Weise **kompensieren** können.

Aus dieser Einschränkung heraus lässt sich die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung eben **nicht** auf Fehlerabschätzungen und Größtfehler (z.B. abgeschätzte Fehler) anwenden - diese heben sich nie im Gegensatz zu statistischen Fehlern gegenseitig auf.

Die gesuchte Größe errechnet sich aus den Mittelwerten der Ausgangsgrößen.

Man verfährt also folgendermaßen:

$$\bar{f} = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots)$$

Die gesuchte Größe errechnet sich aus den Mittelwerten der Ausgangsgrößen. Für die Standardabweichung gilt

$$\bar{s}_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \cdot \bar{s}_x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \cdot \bar{s}_y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \cdot \bar{s}_z\right)^2 + \dots}$$

Eine Ergebnisangabe kann nun entsprechend erfolgen:

$$f = \bar{f} \pm \bar{s}_f$$

wobei auf die Schwierigkeiten der Anwendung des Gauß'schen Ansatzes im Falle gemischter (statistischer und abgeschätzter) Fehler hingewiesen wird.

Beispiel:

Angenommen, wir haben die drei Messgrößen x , y und z mit den angegebenen Genauigkeiten Δx , Δy und Δz , bzw. den Standardabweichungen s_{E_x} , s_{E_y} , s_{E_z}

$$x = 9.8 \pm 0.2$$

$$y = 2.43 \pm 0.01$$

$$z = 12.0 \pm 0.1$$

$$\text{Die Berechnungsformel lautet: } E = \frac{xy^2}{z} \Rightarrow E_w = \bar{E} = 4.822$$

(Auf Maßeinheiten wird der Einfachheit halber verzichtet.)

1. Frage: Wie groß ist ΔE bei Annahme, dass es sich um **einmalige** Messwerte und angenommene Größtfehler handelt? Wie lautet das Messergebnis?

Lösung:**Lineare Fehlerfortpflanzung**

$$\Delta E = \left| \frac{\partial E}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial E}{\partial y} \right| \Delta y + \left| \frac{\partial E}{\partial z} \right| \Delta z$$

$$= \left| \frac{y^2}{z} \right| \Delta x + \left| \frac{2xy}{z} \right| \Delta y + \left| \frac{-xy^2}{z^2} \right| \Delta z$$

$$= 0.492 \cdot 0.2 + 3.97 \cdot 0.01 + 0.402 \cdot 0.1$$

$$= 0.0984 + 0.0397 + 0.0402 = 0.178 \approx 0.18 \text{ (bzw. } \pm 0.18 \text{)}$$

Man lässt sehr oft das '±' weg und nimmt es als selbstverständlich an.

$$E = E_w(x, y, z) \pm \Delta E$$

$$\mathbf{E = 4.82 \pm 0.18}$$

2. Frage: Wie groß ist ΔE (bzw. die Standardabweichung s_E) bei Annahme, dass es sich um eine **Messreihe** mit Mittelwerten ($\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$) und empirischen Standardabweichungen handelt? Wie lautet das Messergebnis?

Lösung:**Gauß'sche Fehlerfortpflanzung**

$$s_E = \Delta E = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial x} \cdot \Delta x \right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial y} \cdot \Delta y \right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial z} \cdot \Delta z \right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{y^2}{z} \cdot \Delta x \right)^2 + \left(\frac{2xy}{z} \cdot \Delta y \right)^2 + \left(\frac{-xy^2}{z^2} \cdot \Delta z \right)^2}$$

$$= \sqrt{0.0984^2 + 0.0397^2 + 0.0402^2} = 0.113 \approx 0.12 \text{ (bzw. } \pm 0.12 \text{)}$$

$$E = \bar{E}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \pm \Delta E$$

$$\mathbf{E = 4.82 \pm 0.12}$$

4.5 Verständnisfragen

1) Welche technische Bedeutung hat die relative Abweichung?

Lösung:

- Quotientenbildung von absoluter Abweichung und einem Bezugswert, i. A. dem Wert der Messgröße → dimensionslos.
- Vergleich von verschiedenen Messergebnissen, auch verschiedener physikalischer Größen und damit auch verschiedener Messgeräte.
- Die relative Abweichung kann als Maß der Verfälschung von Messergebnissen interpretiert werden und sollte im Idealfall gegen Null tendieren.

2) Warum sind bekannte systematische Abweichungen korrigierbar?

Lösung:

Unter gleichen Messbedingungen immer Abweichungen mit dem gleichen Vorzeichen und dem gleichen Betrag → Korrektur für den bekannten Teil der systematischen Abweichung möglich, wenn:

- die Messabweichungen verursachenden Messbedingungen bekannt sind und deshalb eine mathematische Ermittlung der Korrektur möglich ist, oder
- sich mit einer Referenzmessung dem richtigen Wert einer Messgröße ausreichend für die konkrete Messaufgabe angenähert werden konnte und somit die erforderliche Korrektur durch eine Referenzmessung zugänglich wurde.

3) Nennen Sie Beispiele für die Ursachen zufälliger Abweichungen

Lösung:

- Reibungskräfte in Lagern von mechanischen Messinstrumenten, die den Zeigerausschlag bei jeder Messung in einer etwas anderen Position abbremsen
- Störeinkopplung in elektronische Messeinrichtungen durch Schaltvorgänge in Kraftstromnetzen.
- Rauschen (z.B. Widerstandsrauschen) in Verstärkerbaugruppen elektronischer Messeinrichtungen.
- nichtdokumentierte Temperaturänderungen während des Messvorgangs.

KAPITEL 5

Messung elektrischer Größen

Elektrische Größen:

- Spannung
- Stromstärke
- Elektrischer Widerstand
- Induktivität
- Kapazität

Zur Bestimmung von Wechselgrößen bzw. Funktionen der Zeit sind notwendig:

- Zeit
- Frequenz

5.1 Messgenauigkeit

Ausschlaggebend für die erreichbare Messgenauigkeit eines Messverfahrens sind neben geeigneten Messprinzipien die zur Verfügung stehenden Normale.

Für die Anwendung in Eichlaboren werden Referenz- und Arbeitsnormale von den Primärnormalen abgeleitet. Mit Hilfe dieser Normale werden die Referenzbaugruppen von Messeinrichtungen geeicht bzw. kalibriert und justiert. Somit ist auch für die Messeinrichtungen keine größere Genauigkeit als die der verwendeten Normale zu erwarten.

Die Normale für Frequenz und Zeitmessung bieten die mit Abstand höchste Genauigkeit. Deshalb wird bei vielen Messverfahren für unterschiedlichste physikalische Größen versucht, diese auf indirekte Messungen mit den Zwischengrößen Zeit oder Frequenz zurückzuführen. Das trifft im hohen Maß in der modernen, vorzugsweise digital arbeitenden Messtechnik zu.

<i>physikalische Größe</i>	<i>Primärnormal</i>	<i>typische Genauigkeit</i>	<i>Referenznormal</i>	<i>typische Genauigkeit</i>
Spannung	Weston-Normalelement ($U = 1,0186 \text{ V}$)	$\frac{\Delta U}{U} \leq \pm 5 \cdot 10^{-6}$	Dioden-Transistor-Referenzspannungsquelle	$\frac{\Delta U}{U} \leq \pm 10^{-5}$
Widerstand	Manganinwiderstand (hermetisch abgeschlossen, $R = 1 \Omega$)	$\frac{\Delta R}{R} \leq \pm 10^{-7}$	Manganinwiderstände im Bereich von $1 \Omega \dots 1 \text{ M}\Omega$ oder Widerstandsdekaden	$\frac{\Delta R}{R} \leq \pm 10^{-5}$
Kapazität	berechenbarer Kondensator aus vier Stäben genauer Länge $C = 10 \text{ pF}$ oder 1 pF	$\frac{\Delta C}{C} \leq \pm 10^{-7}$	Glas- oder Glimmerkondensator $C = 100 \text{ pF} \dots 1 \text{ nF}$	$\frac{\Delta C}{C} \leq \pm 10^{-5}$
Induktivität	Lange dünne Luftspule $L = 1 \text{ mH} \dots 10 \text{ mH}$	$\frac{\Delta L}{L} \leq \pm 10^{-6}$	Zylinderluftspulen, Eisenkernspulen $L = 0,1 \text{ mH} \dots 10 \text{ H}$	$\frac{\Delta L}{L} \leq \pm 10^{-4}$
Zeit	„Atomuhr“, Cäsiumresonator mit nachfolgender Pulsgewinnung und Generierung einer vereinbarten Zeitbasis	$\frac{\Delta t}{t} \leq \pm 10^{-13}$	Normfrequenzsender DCF77, sendet auf $77,5 \text{ kHz}$ BCD-kodierte Zeitinformation	$\frac{\Delta t}{t} \leq \pm 10^{-13}$
Frequenz	„Atomuhr“, Cäsiumresonator	$\frac{\Delta f}{f} \leq \pm 10^{-13}$	Quarzoszillator (temperaturstabilisiert)	$\frac{\Delta f}{f} \leq \pm 10^{-10}$

Tabelle 5.1: Primär- und Referenznormale mit typischen Werten für die Genauigkeit für elektrische Größen und für Zeitgrößen bei vertretbarem Aufwand.

5.2 Messung von Stromstärke und Spannung

Die Messung von Stromstärke und Spannung ist Voraussetzung für fast alle anderen Messungen elektrischer Größen und nichtelektrischer Größen mit elektrischen Messverfahren, abgesehen von der Zeit- bzw. Frequenzmessung.

Bei elektromechanischen Messgeräten wird zumeist die magnetische Kraftwirkung auf den stromdurchflossenen Leiter in einem Magnetfeld eines Permanentmagneten bzw. eines Elektromagneten ausgenutzt. Zu diesem Zweck wird auch die Messung der Spannung U_M über die Beziehung

$$U_M = I_M \cdot R \quad (5.1)$$

in eine Messung des Stromes überführt. U_M ist die zu messende Spannung und I_M der resultierenden Messstrom. Der Widerstand R ist der Messwiderstand. Er wird verkörpert durch den elektrischen Widerstand der Spule des Messwerks und muss im Interesse der Genauigkeit der Spannungsmessung genau bekannt und konstant sein.

Typischer Vertreter: Drehspulmessgerät mit einem Drehspulmesswerk. Der Widerstand der Spule des Messwerks besteht aus einer Kupferdrahtwicklung, die einen temperaturabhängigen Widerstand besitzt $\rightarrow$ Anzeige temperaturabhängig.

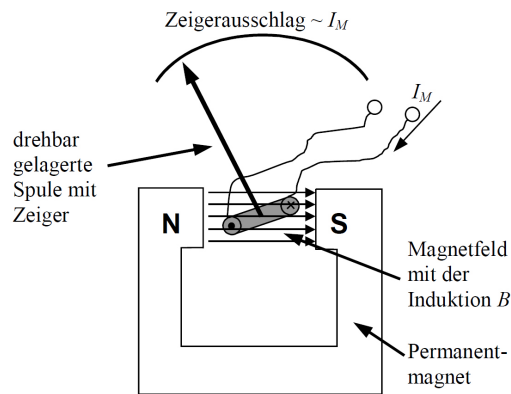


Abbildung 5.1: Grundprinzip eines Drehspulmesswerks (stark vereinfacht)

- Messung reiner Wechselspannungen bzw. Wechselströme $\rightarrow$ Überführung in proportionale Größe mit Gleichanteilen (gleichrichten)
- Resultierende pulsierende Gleichspannung ist dann ein geeigneter Mittelwert, der proportional des arithmetischen Mittelwerts der pulsierenden Gleichspannung sein wird (Gleichrichtwert)
- Messung sehr großer Werte ($> 1 \text{ kV}$) $\rightarrow$ spannungsabhängige elektrostatische Kraftwirkung

Elektromechanische Messwerke haben heute nur noch eine untergeordnete Bedeutung und werden zunehmend durch elektronische Messgeräte mit digitaler Anzeige ersetzt.

- Spannungsbestimmung mit Verstärkerschaltungen mit gegen unendlich tendierenden Eingangswiderstand ($10^7 \Omega \dots 10^{10} \Omega$) $\rightarrow$ fast leistungs- und damit rückwirkungsfreie Messung
- Annähernd ideale Spannungsmessung $\rightarrow$ bei gleichzeitiger Messung von Strom und Spannung an einen Widerstand immer die stromrichtige Messschaltung verwenden

Zur Strommessung muss ein Spannungsabfall über einen Messwiderstand, auch als Nebenwiderstand bezeichnet, engl. **Shunt**, erzeugt werden. Durch dessen geeignete Festlegung, z. B. Nebenwiderstand $R_N = 1 \Omega$, kann der Spannungsabfall sofort als Strom interpretiert werden.

Spannungserzeugung:

Erzeugung durch	Bauelement	Spannungsbereich
Druck oder Biegung	Piezo-Effekt, Kristallverformung	im mV-Bereich
Reibung	Hartgummistag	bis kV
Bewegung	Generator, Dynamo	bis 500 V
Erwärmung	Thermoelement	im mV-Bereich
Chemische Umwandlung	Batterie, Akku	bis 24 V
Magnetfelder	Hall-Generator	im mV-Bereich
Licht	Fotoelement, Solarzelle	mV bis V

In modernen elektronischen Messgeräten kann durch die mögliche große Verstärkung der Messsignale mit sehr kleinen Shunts gearbeitet werden, die Widerstandswerte im Milliohm-Bereich besitzen. Strom-Auflösung bis in den Subfemto-Bereich ($< 10^{-15} \text{ A}$) sind möglich.

5.3 Widerstandsmessung

Verfälschung der Widerstands-Messergebnisse bei gleichzeitigem Anschließen von Spannungsmessgerät und Messgerät. Man muss deren Innenwiderstände berücksichtigen, die die Messergebnisse verfälschen können. → Zwei Anschlussarten:

Stromrichtig:

Ein Stromstärke-Messgerät (A) sollte einen möglichst geringen Widerstand haben, aber selbst hier fällt eine Spannung ab. In dieser Schaltungsanordnung wird dadurch die am Spannungsmessgerät gemessene Spannung verfälscht, da zusätzlich zu der Spannung, die am Widerstand abfällt, noch die Spannung dazukommt, die am Strom-Messgerät abfällt.

Die gemessene Stromstärke wird in diesem Fall vom Spannungsmessgerät nicht verfälscht, deshalb ist dies die 'stromrichtige' Anordnung. Diese Schaltung eignet sich eher zur Widerstandsmessung an großen Widerständen, wo der Spannungsabfall am Innenwiderstand des Strommessers die Spannungsmessung sehr wenig beeinflusst.

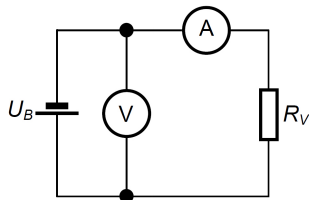


Abbildung 5.2: Stromrichtig

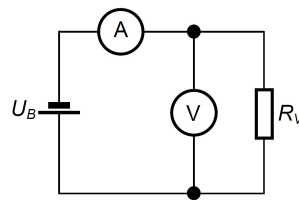


Abbildung 5.3: Spannungsrichtig

Spannungsrichtig:

Das Spannungsmessgerät (U) besitzt einen sehr großen Widerstand, aber trotzdem kann ein winziger Strom fließen. In dieser Schaltungsanordnung fließt daher durch das Strom-Messgerät (A) nicht nur der Strom durch den Widerstand, sondern auch der Strom durch das Spannungsmessgerät, die gemessene Stromstärke ist also verfälscht. Die am Widerstand abfallende Spannung wird nicht verfälscht, daher spricht man hier von der 'spannungsrichtigen' Anordnung der Messgeräte.

Diese Schaltung eignet sich eher zur Widerstandsmessung an kleinen Widerständen, wo der Strom durch den Innenwiderstand des Spannungsmessers die Strommessung nur wenig beeinflusst.

Wenn man Spannung und Stromstärke nacheinander misst, dann können die Messergebnisse nicht verfälscht werden (Bei modernen Messsystemen spielt die Beschaltung nur eine unwesentliche Rolle).

Wirkwiderstände können je nach Bauart auch minimale kapazitive und induktive Anteile besitzen.

5.4 Messung mittels Brückenschaltung

Für die Messung ohmscher Widerstände ist eine Gleichstrombrücke ausreichend.

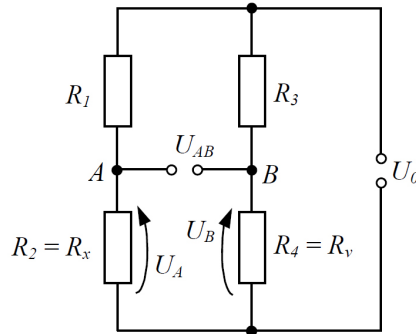


Abbildung 5.4: Gleichstrombrückenschaltung

Im Abgleichfall ($U_{AB} = 0$) gilt:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (5.2)$$

Wenn man setzt $R_2 = R_x$, dem unbekannten Widerstand und $R_4 = R_V$, dem Vergleichswiderstand, kann der unbekannte Widerstand ermittelt werden:

$$R_x = R_V \cdot \frac{R_1}{R_3} \quad (5.3)$$

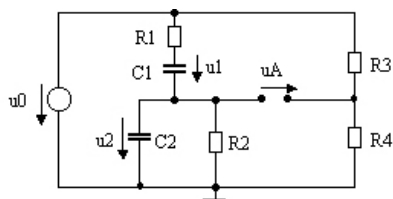
Durch Festlegung des Verhältnisses von R_1 und R_3 oder auch durch geeignete Wahl von R_V kann der zu messende Widerstandsbereich variiert werden. Zum Abgleich der Brückenschaltung wird vorzugsweise R_V als variabler Widerstand (Potentiometer) ausgeführt, aber auch mit Variation der zwei anderen Widerstände wäre ein Abgleich der Brücke möglich.

Je nach Widerstände die aktiv am Messergebnis beteiligt sind unterscheidet man:

- Viertelbrücke, nur ein Widerstand beteiligt (R_2 bzw. R_x)
- Halbbrücke, Brückenarm R_2 und R_1
- Vollbrücke, alle Widerstände ($R_1 - R_4$) aktiv beteiligt

Je nach äußerer Beschaltung gibt es verschiedene Brücken:

- Wheatstone-Brücke: Widerstände von ca. $1\ \Omega$ bis $10\ \text{M}\Omega$ (Fehlergrenze $\approx 0.1\%$)
- Thomsen-Brücke: Vierleiter-Brückenmessschaltung
- Wien-Robinson: RLC-Kombination



5.5 Kondensator und Spule

Kondensator und Spule stellen passive Zweipole dar.

Kapazität und Induktivität sind nur mit Wechselspannungs-Messschaltungen zu ermitteln.

Legt man eine sinusförmige Spannung an, so hat der Strom die gleiche Frequenz, ist dieser gegenüber aber in der Phase verschoben. Für die elektrotechnische Betrachtung des Sachverhalts sind Strom und Spannung als komplexe Größen $\underline{I}$ und $\underline{U}$ aufzufassen.

Es gilt für den komplexen Widerstand $\underline{Z}$ und den komplexen Leitwert $\underline{Y}$:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}; \quad \underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} \quad (8.18, 8.19)$$

Er setzt sich aus einem Realteil und einem Imaginärteil zusammen, deren Vektoren senkrecht aufeinander stehen. Den Betrag des komplexen Widerstands bezeichnet man als Scheinwiderstand Z , den Betrag des komplexen Leitwerts dementsprechend als Scheinleitwert Y .

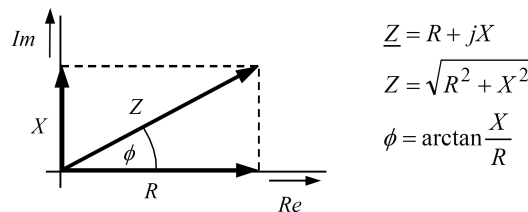


Abbildung 5.5: Zeigerdiagramm für einen komplexen Widerstand

Es lässt sich daraus eine Messmethode für die Bestimmung des Betrages eines komplexen Widerstandes ableiten. Die Messschaltung speist den zu bestimmenden Zweipol mit einer konstanten Effektivspannung oder einem konstanten Effektivstrom mit bekannter Frequenz und liefert als Messwert Strom bzw. Spannung, woraus durch Quotientenbildung Z oder Y bestimmbar sind:

$$Z = \frac{U}{I}; \quad Y = \frac{I}{U} \quad (5.5)$$

5.5.1 Bestimmung der Kapazität eines Kondensators mittels Strom-/Spannungsmessung

Der reale Kondensator besitzt neben der erwünschten Kapazität C auch induktive Blindanteile und Wirkanteile. Die Wirkanteile, symbolisiert durch den Parallelwiderstand R_P , werden durch ohmsche Verluste der Zuleitungen und endliche Isolationsfähigkeit des Dielektrikums, als auch durch Polarisierungseffekte innerhalb des Dielektrikums verursacht.

Der ideale Kondensator besitzt nur eine Kapazität. Bei ihm eilt der Strom der Spannung um 90° voraus, deshalb wird im idealen Kondensator keine Wirkleistung umgesetzt. Mit den Gesetzmäßigkeiten des idealen Kondensator kann man auch praktisch arbeiten, wenn gilt:

$$R_P \gg \left| \frac{1}{\omega \cdot C} \right|$$

Ist diese Annahme zutreffend, dann gilt:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C} = \frac{U}{I}$$

$$C = \frac{I}{2\pi f \cdot U} \quad (5.6)$$

Hierbei sind f die Arbeitsfrequenz der Messschaltung sowie U und I die Messspannung bzw. der Messstromes, i. Allg. deren Effektivwerte.

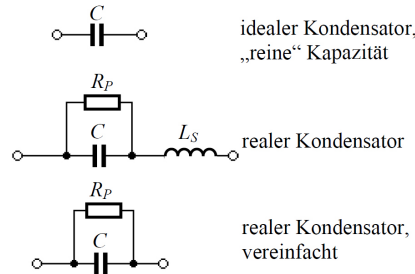


Abbildung 5.6: Idealer Kondensator und Ersatzschaltungen des realen Kondensators

Da hochwertige Kondensatoren sehr verlustarm hergestellt werden können, hat diese vereinfachte Annahme durchaus ihre praktische Bedeutung. Nicht angewendet werden kann sie ohne weiteres im Hochfrequenzbereich ($\gg 1$ MHz) und bei Elektrolytkondensatoren, da in diesen Fällen die Verluste nicht vernachlässigbar klein sind.

Müssen Verluste beachtet werden, reicht es oft aus, die vereinfachte Ersatzschaltung des Kondensators zu analysieren. Hierbei ist davon auszugehen, dass der Phasenwinkel zwischen Strom und Spannung des komplexen Leitwertes eines realen Kondensators wegen der Verluste kleiner als 90° ist. Diese Differenz zum tatsächlichen Phasenwinkel Φ wird als Verlustwinkel δ bezeichnet:

$$\delta = 90^\circ - \Phi \quad (5.7)$$

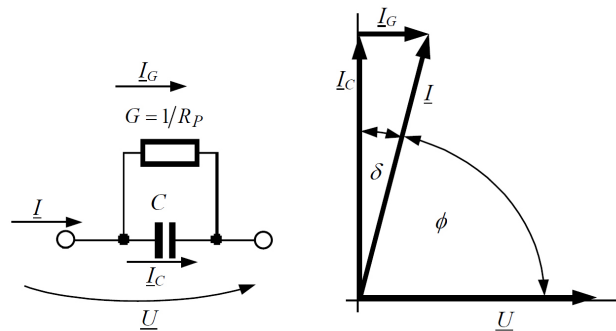


Abbildung 5.7: Vereinfachte Ersatzschaltung und Zeigerdiagramm für den verlustbehafteten Kondensator

Für die Annahme des vereinfachten Ersatzschaltbild lässt sich der Verlustwinkel aus dem Zeigerdiagramm nach Bild 8-15 unter Anwendung der Stromteilerregel herleiten:

$$\tan \delta = \frac{I_G}{I_C} = \frac{U}{R_P} \cdot \frac{1}{\omega \cdot C \cdot U} = \frac{1}{\omega \cdot C \cdot R_P} \quad (8.24)$$

5.5.2 Induktivität einer Spule mittels Strom- Spannungsmessung

Vom Prinzip her gelten die zum Kondensator gemachten Ausführungen auch für eine Spule sinngemäß. Die technisch angewendete Spule wird oft auch **Drossel** genannt. Allerdings eilt der Strom in der Spule der anliegenden Spannung um 90° nach, der Phasenwinkel Φ hat damit gegenüber einem Kondensator das entgegengesetzte Vorzeichen und der Verlustwinkel ist bei realen Spulen meist so groß, dass er nicht vernachlässigt werden kann. Die Verluste der Spule werden vorrangig verursacht durch den ohmschen Widerstand der Wicklung der Spule und durch Wirbelstromverluste, die in vom Magnetfeld der Spule durchsetzten Metallteilen entstehen.

Wie schon erwähnt, ist die ideale Spule in der Praxis nicht anzutreffen. Aber solange man nicht im Höchstfrequenzbereich arbeitet, können die kapazitiven Wirkungen zwischen benachbarten Spulenwindungen vernachlässigt werden, so dass sich in der messtechnischen Praxis oft auf das vereinfachte Ersatzschaltbild bezogen werden kann.

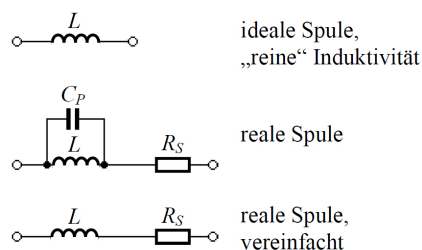


Abbildung 5.8: Vereinfachte Ersatzschaltung und Zeigerdiagramm für den verlustbehafteten Kondensator

Unter Zugrundelegen der vereinfachten Ersatzschaltung kann der Tangens des Verlustwinkels δ aus dem Verhältnis der Spannungen über der Induktivität L und dem Serienwiderstand R_S berechnet werden:

$$\tan \delta = \frac{U_{R_S}}{U_L} = \frac{I \cdot R_S}{I \cdot \omega \cdot L} = \frac{R_S}{\omega \cdot L}. \quad (5.8)$$

Beim Kondensator eilt der Strom vor.

Merkregel:
Bei Induktivitäten, die Ströme sich verspäten.

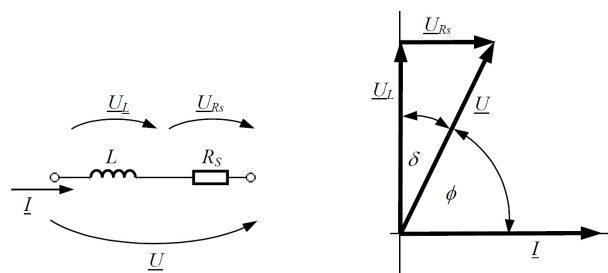


Abbildung 5.9: Zeigerdiagramm für die verlustbehaftete Spule

Die Induktivität L kann über den Ansatz bestimmt werden, dass sich der Betrag des komplexen Widerstandes einer Spule aus dem Wirkwiderstand R_S und dem

Blindwiderstand $X_L = 1 \Omega L$ zusammensetzt:

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 = R^2 + (\omega L)^2$$

nach X_L umgestellt folgt:

$$X_L = \omega L = \sqrt{Z^2 - R^2}.$$

Nach L aufgelöst ergibt sich:

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega} = \frac{\sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - \left(\frac{U_-}{I_-}\right)^2}}{2\pi f}. \quad (5.9)$$

Es sind folglich eine Wechsel- und eine Gleichspannungsmessung erforderlich, um die Induktivität einer realen Spule zu ermitteln. Zur eindeutigen Unterscheidung wurden in Gl. oben die Gleichwerte für die Bestimmung der Wirkkomponente durch entsprechende Indizes gekennzeichnet. Von den Wechselgrößen bestimmt man i. Allg. die Effektivwerte, da aber ausschließlich Messgrößen mit sinusförmigen Verlauf zur Messung verwendet werden, sind auch die Spitzenwerte bzw. Gleichrichtwerte verwendbar, um den Scheinwiderstand zu bestimmen. Aber es müssen für Strom und Spannung natürlich jeweils dieselben Kenngrößen von Wechselstrom bzw. -spannung benutzt werden.

5.6 Frequenzmessung

Die Bedeutung der Frequenz- und Zeitmessung in der elektrischen Messtechnik wurde bei der Diskussion der Genauigkeit der Frequenz- und Zeitnormale herausgestellt. Bis auf wenige Ausnahmen dominieren heute digitale Frequenz- bzw. Zeitmessverfahren, deshalb sollen sich nachfolgende Beschreibungen auch auf diese beschränken.

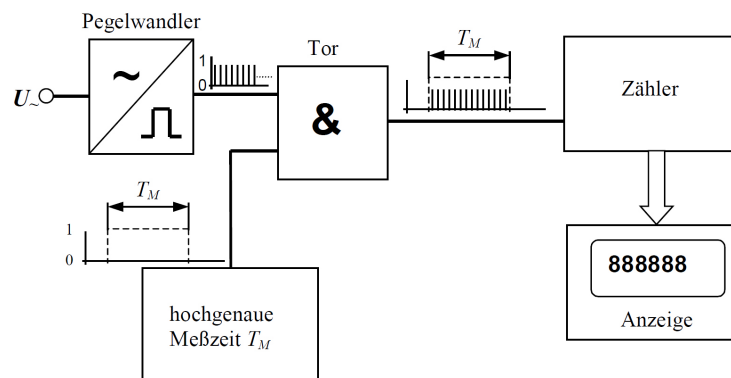


Abbildung 5.10: Grundprinzip einer digitalen Frequenzzählung,
 $U_{\sim}$ - Spannung mit der zu bestimmenden Frequenz

Neben dem Zähler ist die mit Tor bezeichnete Baugruppe entscheidend für die Funktionsweise einer digitalen Zählerschaltung. Das Tor, oder auch die Torschaltung, stellt eine digitale Grundschaltung dar. Mit dem darin angegebenen Symbol "&" wird schon angedeutet, dass eine UND-Verknüpfung (AND-Verknüpfung) vorliegt. Definitionsgemäß handelt es sich dabei um eine kombinatorische Schaltung, die nur dann einen logischen 1-Pegel am Ausgang ausgibt, wenn alle Eingänge mit einem logischen 1-Pegel beaufschlagt sind.

Eingang 1	Eingang 2	Ausgang
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabelle 5.2: Wahrheitstabelle einer UND-Schaltung mit zwei Eingängen

Man kann die Funktion dieser auch als UND-Gatter bezeichneten kombinatorische Schaltung als Tor für ein digitales Signal auffassen. Dazu ist ein Eingang, z. B. Eingang 1, als Torungseingang aufzufassen und Eingang 2 als Eingang für das zu torende (also durchzulassende oder zu sperrende) Signal zu interpretieren.

Entsprechend Tabelle oben wird das Signal an Eingang 2 gesperrt, solange Eingang 1 auf 0- Pegel liegt. Der Ausgang bleibt fest auf 0-Pegel. Wird nun das Signal des Tors am Eingang 1 aber auf 1-Pegel gelegt, so folgt der Ausgang des UND-Gatters, des Tors, dem Pegel am Eingang 2, dieses Signal wird nun durchgelassen bzw. ist freigeschaltet.

Die zu zählenden Impulse können die Torschaltung passieren, solange der Signaleingang des Tors freigegeben ist. Nur in dieser Messzeit T_M gelangen die Impulse zum Zähler.

Bei einer Messzeit von z. B. 1.0 ms entspricht die Zahl der gezählten Impulse n der Pulsfrequenz in kHz, so dass entsprechend nachfolgender Rechnung eine gezählte Pulsanzahl 1537 folgerichtig einer Pulsfrequenz von 1537 kHz entspricht:

$$f_x = \frac{n}{T_M} = \frac{1537}{1 \text{ ms}} = 1537 \text{ kHz} = 1.537 \text{ MHz}.$$

Man beachte, dass das Messergebnis, also das Zählergebnis, immer mit dem digitalen Restfehler behaftet ist.

5.7 Zeitmessung

Die Zeitmessung (auch Zeitintervallmessung oder Impulsbreitenmessung) basiert auf dem schon in der Frequenzmessung erläuterten Grundprinzip.

Nur sind hier faktisch Messquelle und Referenzbereitstellung am Eingang der Torschaltung vertauscht. Eine in ihrer Pulsfrequenz f_0 hochstabile Pulsfolge wird als Messreferenz benutzt und kann in der Zeitdauer T_x des zu messenden Zeitintervalls den Zähler inkrementieren. Wird die Referenzpulsfrequenz wiederum geschickt gewählt, z. B. 1 kHz, so kann die Zahl der den Zähler erreichten Impulse n direkt als Dauer des zu messenden Intervalls in Millisekunden interpretiert werden, wie das folgende Rechenbeispiel zeigt:

$$T_x = \frac{n}{f_0} = \frac{1537}{1 \text{ kHz}} = 1537 \text{ ms} = 1.537 \text{ s}.$$

Auch hier ist wieder der digitale Restfehler zu berücksichtigen.

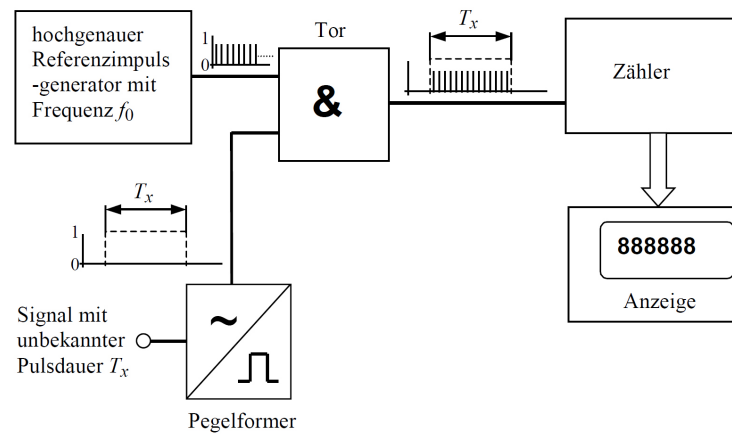


Abbildung 5.11: Grundprinzip der digitalen Impulsdauermessung

5.8 Verständnisfragen

1) Warum werden viele elektrische Messverfahren auf eine Zeit- bzw. Frequenzmessung zurückgeführt?

Lösung:

Zwei Gründe lassen sich im Wesentlichen angeben:

1. Die erreichbare Genauigkeit der Darstellung der Zeit und deren Kehrwert, die Frequenz, als Referenzgrößen für Messeinrichtungen liegt mit $\frac{\Delta t}{t} \leq 10^{-13}$, bzw. $\frac{\Delta f}{f} \leq 10^{-13}$ um mehrere Zehnerpotenzen höher als die erreichbare Genauigkeit für die Darstellung anderer physikalischer Größen, wie z.B. der elektrischen Spannung.

2. Messsignale, bei denen die Information in den Parametern Frequenz oder Zeit (i. Allg. Periodendauer) steckt, lassen sich sehr einfach in digitale, rechnerverarbeitbare Messsignale überführen.

2) Eine Gleichstrombrückenschaltung wird mit vier Widerständen von $R = 1 \text{ k}\Omega$ aufgebaut. Als Betriebsspannung wird $U_0 = 10 \text{ V}$ angelegt. Ein Widerstand in der Messbrücke verändert, z. B. durch Temperatureinfluss, seinen Wert um ΔR , der zu einer Brückenausgangsspannung $|U_{AB}| = 25 \text{ mV}$ führt. Es ist ΔR zu berechnen, wobei von $\Delta R \ll R$ auszugehen ist.

Lösung:

Es gilt:

$$|U_{AB}| = U_A - U_B$$

linker Spannungsteiler:

$$U_A = U_0 \frac{R + \Delta R}{R + R + \Delta R}$$

rechter Spannungsteiler:

$$U_B = U_0 \frac{R}{R + R} = \frac{U_0}{2}$$

$$U_{AB} = U_0 \left(\frac{R + \Delta R}{2R + \Delta R} - \frac{1}{2} \right) = U_0 \frac{2R + 2\Delta R - (2R + \Delta R)}{4R + 2\Delta R}$$

$$U_{AB} = U_0 \frac{\Delta R}{4R + 2\Delta R}$$

mit $\Delta R \ll R$

$$\Rightarrow U_{AB} = \frac{U_0}{4} \cdot \frac{\Delta R}{R}$$

Mit Umstellung ergibt sich:

$$\Delta R = \frac{4U_{AB} \cdot R}{U_0} = \frac{4 \cdot 25 \text{ mV} \cdot 1 \text{ k}\Omega}{10 \text{ V}}$$

$$\Delta R = 10 \Omega$$

3) Mittels einer Strom-Spannungsmessung soll die Fertigung von Kondensatoren mit einem Kapazitätswert von 1.5 nF überwacht werden. Die Messspannung soll $U = 10 \text{ V} = \text{const.}$ betragen. Zur Messung des Stromes steht ein Effektivwertmesser zur Verfügung, der zur Einhaltung vorgeschriebener Fehlergrenzen einen Messstrom $I > 1 \text{ mA}$ benötigt.

- Wie groß muss die Messfrequenz mindestens gewählt werden?
- Welche Scheinleistung ergibt sich für $I = 1 \text{ mA}$ über den Kondensator?

Lösung:

$$f > \frac{I}{2\pi \cdot C \cdot U} = \frac{1 \text{ mA}}{2\pi \cdot 1.5 \cdot 10^{-9} \text{ AsV}^{-1} \cdot 10 \text{ V}}$$

$$f > 10\,610 \text{ Hz} = 10.61 \text{ kHz}$$

Die Scheinleistung berechnet sich zu:

$$S = U \cdot I = 10 \text{ V} \cdot 1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ V} \cdot \text{A} = 10 \text{ mW}$$

4) Warum sind sowohl bei der digitalen Frequenz-, als auch bei der digitalen Zeitmessung, bezogen auf dem maximalen Zählumfang, möglichst hohe Zählergebnisse anzustreben?

Lösung:

Die unvermeidliche absolute Abweichung bei zählenden Messverfahren beträgt 1. Für diese Abweichung ist auch der Begriff digitaler Restfehler üblich. Bezogen auf ein Zählergebnis n beschreibt der Quotient aus digitalem Restfehler und dem Zählergebnis die verfälschende Wirkung des digitalen Restfehlers:

$$A_r = \frac{1}{n}$$

Der Quotient wird mit zunehmenden Zählergebnis kleiner, folglich muss im Interesse einer geringen Wirkung des digitalen Restfehlers das Zählergebnis möglichst groß sein!

KAPITEL 6

Fehlertypen für Messeinrichtungen

Grundsätzliche Fehlertypen von Messeinrichtungen müssen bekannt sein, um ihre Auswirkungen auf die resultierenden Messgeräteabweichungen in der messtechnischen Praxis einschätzen können.

6.1 Additive und multiplikative Fehler

Differenzierung zwischen den verschiedenen Fehlertypen einer Messeinrichtung in Abhängigkeit der Größe einer Abweichung von der Aussteuerung.

Additive Fehler:

Absoluten Messgeräteabweichung unabhängig von der Aussteuerung einer Messeinrichtung (elektronische Verstärkertechnik auch Offset (-fehler) genannt).

In der Umgebung des Nullpunktes einer Messanzeige spricht man auch vom Nullpunktfehler.

Da die Wirkung eines additiven Fehlers unabhängig von der Aussteuerung einer Messeinrichtung ist, wird sich die dadurch verursachte relative Abweichung A_{Mrel} in Abhängigkeit von der Aussteuerung verändern.

Die relative Abweichung entspricht dem Quotienten aus konstanter absoluter Abweichung A_M und Wert der Messgröße x_a . Je geringer die Messeinrichtung aussteuert wird, um so größer ist die vom additiven Fehler verursachte relative Abweichung.

Bei einer Aussteuerung gegen Null strebt A_{Mrel} gegen Unendlich. Diese starke Auswirkung des additiven Fehlers ist letztlich der Hauptgrund für die Forderung nach möglichst großer Aussteuerung von Messeinrichtungen.

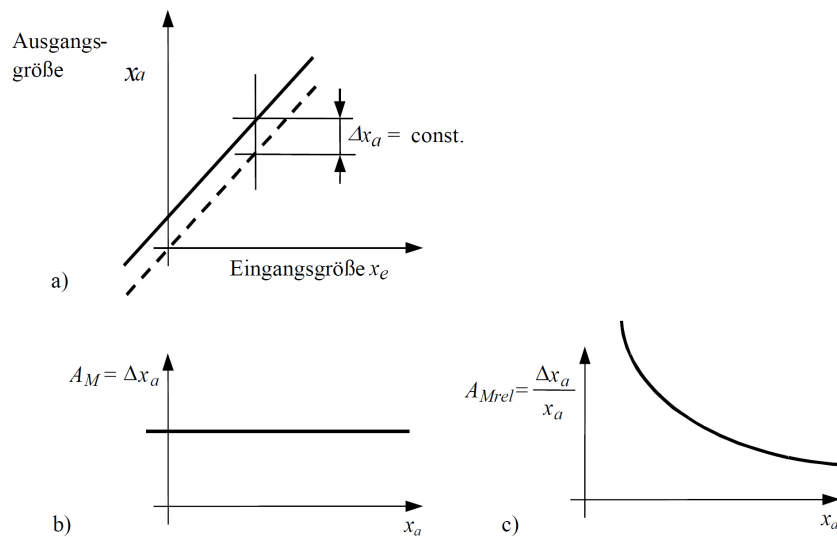


Abbildung 6.1: Wirkung des additiven Fehlers

- a) Verschiebung der Kennlinie durch den additiven Fehler
- b) qualitativer Verlauf des absoluten additiven Fehlers
- c) qualitativer Verlauf des relativen additiven Fehlers (für $x_a \neq 0$ gültig)

Multiplikative Fehler:

Absolute Abweichung der Anzeigegröße einer Messeinrichtung ist eine Funktion ihrer Aussteuerung (Verstärkungsfehler).

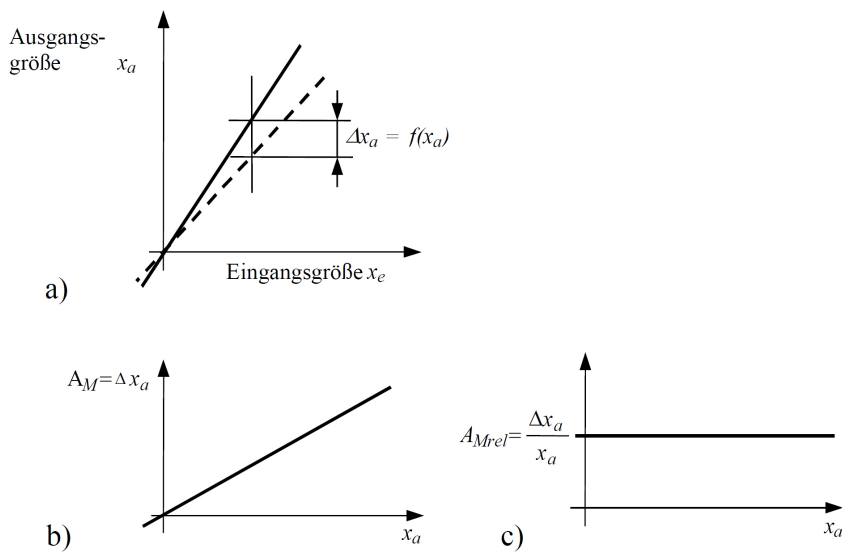


Abbildung 6.2: Wirkung des multiplikativen Fehlers

- a) Veränderung des Anstiegs der Kennlinie durch den multiplikativen Fehler
- b) qualitativer Verlauf des absoluten multiplikativen Fehlers
- c) qualitativer Verlauf des relativen multiplikativen Fehlers (für $x_a \neq 0$ gültig)

Beide Fehlertypen werden bei realen Messeinrichtungen fast immer gleichzeitig auftreten, so dass sich Auswirkungen des gesamten Fehlers einer Messeinrichtung durch die Überlagerung der Kurven darstellen lassen.

6.2 Abweichung infolge Quantisierung

Bei der Quantisierung wird der, zumindest theoretisch, unendliche Wertevorrat eines analogen Signals auf einen diskreten Wertevorrat abgebildet.

Folge: Informationsgehalt muss verloren gehen.

Das analoge Eingangssignal kann sich in den Grenzen des kleinsten Inkrements, des LSB's, der diskreten Ausgangsgröße ändern, ohne dass eine Veränderung des diskreten, also quantisierten Ausgangssignals auftritt.

Es ergibt sich eine absolute Abweichung A infolge der Quantisierung, die oft als absoluter Quantisierungsfehler F_Q bezeichnet wird, welcher sich ermitteln lässt durch die Differenzbildung zwischen

- dem digitalen Istwert, repräsentiert durch die treppenförmige Kurve, und
- dem idealisierten Wert, repräsentiert durch die linear verlaufende Sollkennlinie, die sich ergibt, wenn die Größe der Quantisierungsinkremente gegen Null streben würde,

Die Quantisierung A springt im Bereich des Umschaltpunktes des diskreten Ausgangswertes von -0.5 LSB auf $+0.5$ LSB, d. h. um den Betrag 1 LSB, um dann wieder linear auf -0.5 LSB abzusinken. Diese Abweichung ist betragsmäßig mit dem Informationsverlust infolge der Quantisierung identisch. Für die maximale absolute Abweichung infolge der Quantisierung ergibt sich folglich:

$$A_{max} = \pm 0.5 \text{ LSB} = |1 \text{ LSB}| = 1 \text{ LSB} \quad (6.1)$$

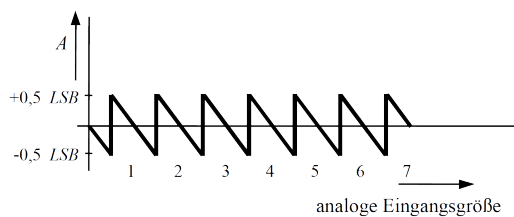


Abbildung 6.3: Grafische Darstellung der Abweichung infolge der Quantisierung A für einen 3-Bit-ADWandler

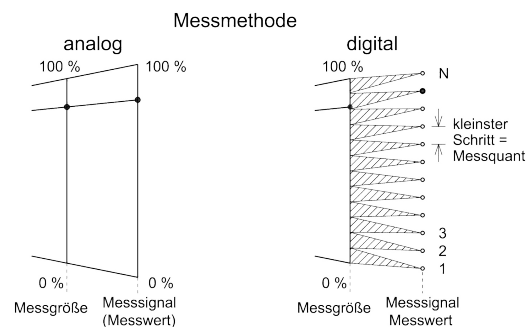


Abbildung 6.4: Erläuterung der Definitionen der Messmethoden

Für technische Interpretationen ist oft die relative Abweichung infolge der Quantisierung A_{rel} , die aussagekräftigere Angabe, so dass eine Bezugsgröße herausgearbeitet werden muss, auf welche die absolute Abweichung infolge der Quantisierung zu beziehen ist.

Bis auf wenige Ausnahmen wird in der Praxis die Quantisierung mit einem binären Zahlensystem beschrieben. Da die Koeffizienten im binären Zahlensystem nur die Werte 1 und 0 annehmen, können mit einer n -stelligen Binärzahl 2^n Werte, d. h. Zahlen, dargestellt werden. In technischen Binärsystemen (umgangssprachlich: Digitalsysteme) wird die Stellenzahl n mit Bit angegeben. Unter der Annahme, das Inkrement des diskreten Wertebereichs ist 1 LSB, kann somit ein diskreter Wertebereich dargestellt werden:

$$0 \text{ bis } (2^n - 1) \cdot 1 \text{ LSB} \quad (6.2)$$

Mit der Größe des diskreten Wertebereichs und der maximalen absoluten Abweichung infolge der Quantisierung lässt sich für Binärsysteme die relative Abweichung infolge der Quantisierung dann berechnen:

$$A_{rel} = \frac{A_{max}}{(2^n - 1) \cdot 1 \text{ LSB}} = \frac{1 \text{ LSB}}{(2^n - 1) \cdot 1 \text{ LSB}} = \frac{1}{2^n - 1} \quad (6.3)$$

In den meisten technischen Applikationen mit einem Wertebereich ≥ 8 Bit (d. h. Wertebereich ≥ 256) ist die Vereinfachung zulässig:

$$A_{rel} \approx \frac{1}{2^n} \quad (6.4)$$

Die relative Abweichung infolge der Quantisierung tritt in ihrem möglichen Wertebereich ($\pm 0.5 \text{ LSB}$) gleichverteilt auf und verursacht eine additive Fehlerwirkung.

Aufgabe 1:

Für einen AD-Wandler mit einer Wortbreite von 10 Bit ist die relative Abweichung infolge der Quantisierung anzugeben.

Lösung:

$$A_{rel} = \frac{1}{2^n - 1} \approx \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^{10}} = \frac{1}{1024} = 0.00097 \approx 0.001$$

Die relative Abweichung infolge der Quantisierung beträgt rund 0.001, d.h. 0.1%.

Aufgabe 2:

Die relative Abweichung infolge der Quantisierung soll kleiner als 0.02% bleiben. Wie groß muss die Auflösung des zu verwendenden AD-Wandlers mindestens sein.

Lösung:

$$A_{rel} = 0.02\% = \frac{0.02\%}{100\%} = 0.0002$$

Es gilt:

$$A_{rel} = \frac{1}{2^n - 1} < 0.0002$$

$$2^n - 1 > \frac{1}{0.0002}$$

$$2^n > \frac{1}{0.0002} + 1 = 5000 + 1 = 5001$$

$$\lg 2^n = n \lg 2 > \lg 5001$$

$$n > \frac{\lg 5001}{\lg 2} = \frac{3.699}{0.301} = 12.288$$

Es ist ein AD-Wandler mit einer Auflösung von ≥ 13 Bit erforderlich. In diesem Fall wird wohl aus Verfügbarkeitsgründen vorrangig ein AD-Wandler mit einer Auflösung von 14 Bit verwendet werden.

Zählende Messeinrichtungen: Messeinrichtungen, bei denen die Digitalinformation über das Auszählen von Ereignissen innerhalb eines definierten Zeitintervalls, z. B. 1 Sekunde, gewonnen wird.

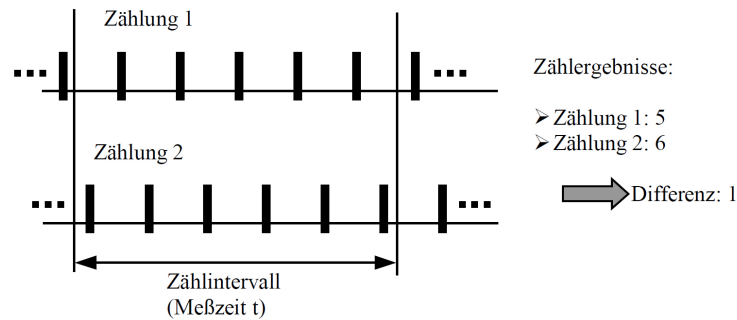


Abbildung 6.5: Entstehung des digitalen Restfehlers

Der kleinste Änderungswert ist beim Zählen identisch mit einem ganzzahligen Inkrement. Die Generierung der Messzeit und die zu zählende Pulsfolge stehen in einem asynchronen Verhältnis. Deshalb ist auch das sich einstellende Phasenverhältnis zwischen der Messzeit und der Messpulsfolge nicht vorhersehbar (also das Verhältnis zwischen Beginn der Messzeit und einem gerade einlaufenden Puls). Somit kann der Effekt auftreten, dass ein Puls am Ende der Messzeit gerade noch gezählt wird, oder die Messzeit vor dem Impuls endet.

Im Ergebnis ist die Zählmessung mit der absoluten Abweichung $A = 1$ Inkrement behaftet, bezeichnet auch als digitaler **Restfehler** F_Z :

$$A = F_Z = |\Delta n| = 1 \quad (6.5)$$

Die relative Abweichung A_{rel} muss auf das Zählergebnis n bezogen werden:

$$A_{rel} = \frac{|\Delta n|}{n} = \frac{1}{n} \quad (6.6)$$

Eine Verringerung des relativen digitalen Restfehlers ergibt sich mit der Vergrößerung des Zählergebnisses. Dass die Größe des Zählbereichs mit der Messzeit korreliert, verdeutlicht die Gleichung 7.5. Der hieraus erkennbare Zusammenhang von Messzeit und Genauigkeit ist ein oftmals wirkender Grundsatz in der Messtechnik.

Wenn also eine hohe Genauigkeit der Zählmessung erforderlich ist, muss mit einem möglichst hohen Zählergebnis gearbeitet werden. Das ist bei gegebener Frequenz der zu zählenden Impulsfolge nur durch Verlängerung der Messzeit zu erreichen.

Auch der digitale Restfehler hat, wie die Abweichung infolge der Quantisierung, eine gleichverteilte additive Fehlerwirkung.

6.3 Angabe der Genauigkeit bei Messgeräten

Die Fehlerwirkung der Abweichung infolge der Quantisierung bzw. digitaler Restfehler stellen nur bei digital anzeigenden Messeinrichtungen einen zusätzlichen wirksamen Fehleranteil dar. Deshalb muss sich für eine digitale Messeinrichtung die Angabe zur Messgenauigkeit aus drei Anteilen zusammensetzen, während bei analog arbeitenden und anzeigenden Messeinrichtungen zwei Anteile ausreichend sind. Leider ist die Angabe in den Datenblättern der verschiedenen Hersteller nicht mit einer einheitlichen Begriffswahl verbunden. Neben dem Begriff Messgenauigkeit wird auch mit dem Begriff der Fehlerangabe gearbeitet.

Beispiel:

Messgenauigkeitsangabe (Fehlerangabe) für ein Messgerät mit analoger Anzeige:

$$\pm 0,01 \% \text{ v. } M. \pm 0,01 \% \text{ v. } E.$$

Messgenauigkeitsangabe (Fehlerangabe) für ein Messgerät mit digitaler Anzeige:

$$\pm 0,01 \% \text{ v. } M. \pm 0,01 \% \text{ v. } E. \pm 1 \text{ LSB.}$$

mit:

- $v.M.$ – vom Messwert $\Rightarrow$ Wirkung des multiplikativen Fehleranteils (abhängig von der Größe des Messwertes und bezogen auf diesen),
- $v.E.$ – vom Endwert $\Rightarrow$ Wirkung des additiven Fehleranteils (unabhängig vom Messwert, auf die konstante Größe des Endwertes, also des Messbereichs, bezogen)
- 1 LSB – Fehlerwirkung der Quantisierung.

Aufgabe 3:

Ein digitaler Spannungsmesser sei durch folgende Angaben beschrieben:

Messgenauigkeit: $\pm 0,02 \% v. M. \pm 0,01 \% v. E. \pm 1 \text{ LSB}$,

Anzeigebereich: $0,000 \text{ V} - 9,999 \text{ V}$.

Mit diesem Messgerät werden zwei Messungen durchgeführt:

Messung 1: Messergebnis $9,000 \text{ V}$

Messung 2: Messergebnis $1,100 \text{ V}$.

Gesucht ist für beide Messungen die maximal mögliche absolute und relative Abweichung des Messergebnisses infolge der Messgenauigkeit des Messgeräts (maximale Messgeräteabweichung).

Lösung:

Es ergeben sich drei Anteile, aus denen sich die maximale Abweichung zusammensetzt:

A_1 : Abweichung infolge der Quantisierung,

A_2 : Abweichung, durch die multiplikative Wirkung von Messgerätefehlern hervorgerufen,

A_3 : Abweichung, durch die additive Wirkung von Messgerätefehlern hervorgerufen.

Die maximale Abweichung ergibt sich durch betragsmäßige Addition der drei Abweichungsanteile:

$$A_{M \max} = |A_1| + |A_2| + |A_3|.$$

Die maximale relative Abweichung kann durch Division der maximalen Abweichung durch den jeweiligen Messwert berechnet werden:

$$A_{M \text{ rel max}} = \frac{A_{M \max}}{M}.$$

Somit ergeben sich für das erste Messergebnis $9,000 \text{ V}$:

$$A_1 = 1 \text{ LSB} = 1 \text{ mV},$$

$$A_2 = 0,0002 \cdot 9,000 \text{ V} = 0,0018 \text{ V},$$

$$A_3 = 0,0001 \cdot 9,999 \text{ V} = 0,0009999 \text{ V} \approx 0,001 \text{ V},$$

Damit ergibt sich die maximale Gesamtabweichung:

$$A_{M \max} = |A_1| + |A_2| + |A_3| = 0,001 \text{ V} + 0,0018 \text{ V} + 0,001 \text{ V} = 0,0038 \text{ V}$$

und die maximale relative Abweichung:

$$A_{M \text{ rel max}} = \frac{A_{M \max}}{M} = \frac{0,0038 \text{ V}}{9,000 \text{ V}} = 0,00042 = 0,042 \%$$

Für das zweite Messergebnis $1,100 \text{ V}$ lassen sich folgende Werte ermitteln:

$$A_1 = 1 \text{ LSB} = 1 \text{ mV},$$

$$A_2 = 0,0002 \cdot 1,100 \text{ V} = 0,00022 \text{ V},$$

$$A_3 = 0,0001 \cdot 9,999 \text{ V} = 0,0009999 \text{ V} \approx 0,001 \text{ V},$$

Damit ergibt sich die maximale Gesamtabweichung:

$$A_{M \max} = |A_1| + |A_2| + |A_3| = 0,001 \text{ V} + 0,00022 \text{ V} + 0,001 \text{ V} = 0,00222 \text{ V}$$

und die maximale relative Abweichung:

$$A_{M \text{ rel max}} = \frac{A_{M \max}}{M} = \frac{0,00222 \text{ V}}{1,100 \text{ V}} = 0,00202 = 0,202 \%$$

Es ist deutlich erkennbar, dass infolge der Wirkung des additiven Fehlers die zu berücksichtigende relative Abweichung mit kleiner werdendem Messergebnis sehr stark ansteigt (siehe auch Bild 7-1). Im Beispiel ist die maximale relative Abweichung bei der geringeren Aussteuerung auf das ca. Fünffache gestiegen. Es wird quasi Genauigkeit des Messgeräts bei kleiner Aussteuerung bezogen auf den Endwert verschenkt. Deshalb sollten Messgeräte, auch digitale, immer soweit wie möglich angesteuert werden!

6.4 Verständnisfragen

1) Weshalb können additive Fehler einer Messeinrichtung deren Messergebnisse bis zur Unbrauchbarkeit verfälschen?

Lösung:

Additive Fehler bewirken die Verschiebung der Übertragungskennlinie einer Messeinrichtung um einen konstanten Wert in **jedem** Punkt dieser Kennlinie.

Eine sich ergebende **relative** Abweichung der Messeinrichtung wird mit kleiner werdenden Messgrößen immer größer, um mit Messgrößen die gegen Null tendieren, gegen unendlich zu streben.

2) Was stellen informationstechnisch Auswirkungen der Abweichung infolge der Quantisierung (Quantisierungsfehler) und der digitale Restfehler dar?

Lösung:

Abweichungen infolge Quantisierung repräsentieren den Informationsverlust, der bei der Digitalisierung eines analogen Informationssignals, also auch eines Messsignals entsteht.

Dies folgt aus der Tatsache, dass bei der Digitalisierung ein unendlicher Wertevorrat auf einen endlichen Wertevorrat abgebildet wird.

3) Mit welcher relativen Abweichung infolge der Quantisierung müssen sie bei einem 12-Bit AD-Wandler rechnen?

Lösung:

$$A_{rel} = f_Q = \frac{1}{2^n - 1} = \frac{1}{2^{12} - 1} = 2.442 \cdot 10^{-4} = 0,02442\%$$

KAPITEL 7

Charakterisierung von Messsignalen

Überblick der Themen:

- Technisch interessante Signalformen
- Verschiedenen Arten von Mittelwerten periodischer Signale
- Kenngrößen von Messsignalen
- Beschränkung auf elektrische, determinierte Messsignale

7.1 Signalformen von Messsignalen

3 grundlegende Signalformen für die Übertragung der Messinformationen:

- Amplitudenanalog
- Frequenzanalog
- Digital

Bevorzugt: Frequenzanaloge und digitale Signale, da hiermit eine weitgehende informationsverlustfreie Messsignalübertragung möglich ist.

Messsignale		
<i>amplitudenanaloge Messsignale</i>	<i>frequenzanaloge Messsignale</i>	<i>digitale Messsignale</i>
• Information steckt in der Amplitude (z. B. Spannung) • die Amplitude kann innerhalb eines Wertebereichs jeden Wert annehmen • die nutzbare Genauigkeit hängt von der Reproduzierbarkeit der Messwerte ab • Störsignale beeinflussen direkt den Messwert, d. h. geringe Störsicherheit ist gegeben • mögliche Signalverarbeitung, d. h. Rechenoperationen, ist aufwendig und auf eingeschränkte Messwertparameter begrenzt (z. B. Integration/Differentiation nur oberhalb bzw. unterhalb einer Grenzfrequenz) • galvanische Trennung ist aufwendig und Fehlerquelle • Digitalisierung ist aufwendig und mit Informationsverlust verbunden	• Information steckt in der Frequenz des Sensorsignals • die Frequenz kann innerhalb eines Wertebereichs jeden Wert annehmen • die nutzbare Genauigkeit ist theoretisch unendlich groß, sie ist eine Funktion der Stellenzahl die angezeigt wird bzw. der Torzeit (Austausch von Zeit und Genauigkeit), Torzeit selbst ist "atomzeitgenau" darstellbar • hohe Störsicherheit des Signals, d. h. der Signalübertragung, ist erreichbar • die Signalverarbeitung ist eingeschränkt, gut geht z. B. Quotientenbildung • einfache und fehlersichere galvanische Trennung mit Übertrager oder Optokoppler möglich • einfache Digitalisierung durch Auszählen der Perioden pro Zeit	• Information direkt digital kodiert • nur diskrete Werte innerhalb eines Wertebereichs sind darstellbar • die Genauigkeit ist eine Funktion der Stellenzahl (zumindest theoretisch) • hohe Störsicherheit ist erreichbar • die Signalverarbeitung ist komfortabel mit Signalprozessor möglich • einfache und fehlersichere galvanische Trennung mit Übertrager oder Optokoppler möglich

Tabelle 7.1: Einteilung der Messsignale

7.2 Kenngrößen von nichtsinusförmigen periodischen Signalen

Betrachtung von elektrischen Spannungen ausreichend:

Ohmsches Gesetz $\rightarrow$ Proportionalität zwischen Spannung, Strom und Widerstand

Beschreibung eindeutig über Wert, Zeitverhalten und Kurvenform

Einzelimpuls:

- Triggern (Starten von Messvorgängen)
- Formen: Nadelimpuls, Rechteckimpuls, Sägezahnimpuls...
- Impulsdauer wesentlich kleiner als die Pulspause
- Nichtperiodisch

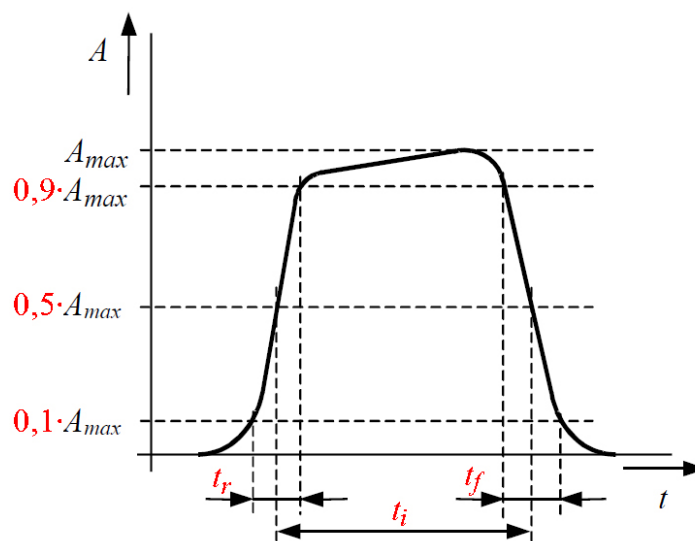
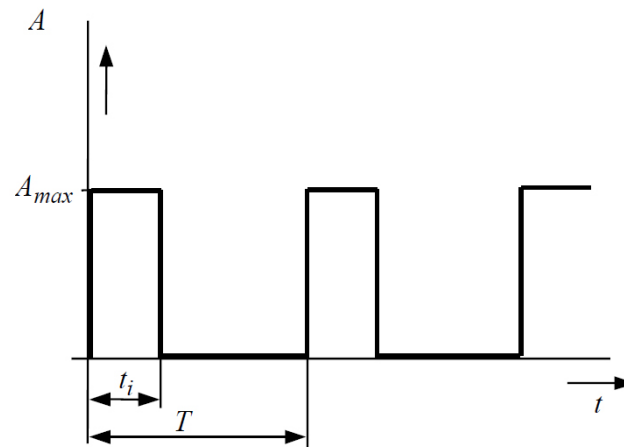


Abbildung 7.1: Kenngrößen eines Einzelimpulses t_i Impulsdauer, t_r Anstiegszeit (rise time), t_f Abfallzeit (fall time), A_{max} Amplitude, d. h. maximaler Funktionswert

Pulsfolge, bzw. Puls:

- Periodische Einzelimpulse mit regelmäßiger Wiederholung.
- Periodische Schwingungen: Einfache Beschreibung durch wenige Parameter.

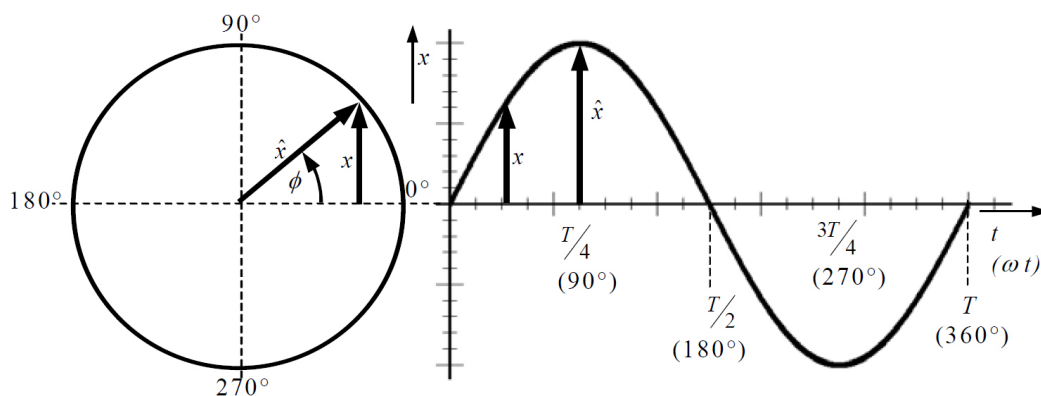
**Abbildung 7.2:** Kenngrößen von Pulsfolgen: t_i - Impulsdauer, T - Periodendauer

⇒ D - Tastgrad, Aussteuergrad (duty cycle):

$$D = \frac{t_i}{T} \quad (\text{Werte zwischen 0 und 1 bzw. 0\% und 100\%})$$

⇒ f - Folgefrequenz: $f = \frac{1}{T}$

Sinusförmiger Kurvenverlauf: Linearer Zusammenhang zwischen Zeit und Winkel, so dass die x-Achse der Kurvendarstellung sowohl in Zeiteinheit, als auch in Winkel beschriftet werden kann.

**Abbildung 7.3:** Sinusschwingung, abgeleitet vom rotierenden Zeiger $\hat{x}$ - Spitzenwert, T - Periodendauer, ω - Kreisfrequenz, t - Zeit, Φ - Winkel des rotierenden Zeigers, interpretierbar als Phasenverschiebung

Zusammenhang zwischen Winkel und Zeit:

$$\Phi = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t = \omega \cdot t. \quad (7.1)$$

Beziehung zwischen Kreisfrequenz ω und Periodendauer T der Sinusschwingung:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \text{ bzw. } T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \Rightarrow \quad \omega = 2\pi f$$

wobei f die Frequenz ist, deren Zahlenwert besagt, wie oft eine volle Periode einer Schwingung in der Sekunde durchlaufen wird. Der sinusförmige Signalverlauf lässt sich durch folgende Zeitgleichung beschreiben:

$$x(t) = \hat{x} \cdot \sin(\omega t + \Phi), \quad (7.2)$$

mit dem Scheitel- oder Spitzenwert $\hat{x}$, der Angabe für die Höhe der Amplitude der Sinusschwingung und der Phasenverschiebung Φ .

7.3 Mittelwerte periodischer Signale

Wenn Wechselspannung oder Wechselstrom messtechnisch zu bewerten sind, ist oft nicht der Momentanwert des Kurvenverlaufs interessant, sondern ein repräsentativer Ausdruck, der den Kurvenverlauf über einen bestimmten zu untersuchenden Zeitraum charakterisiert.

Linearer Mittelwert und Gleichwert

Arithmetischer Mittelwert des Kurvenverlaufs über die betrachtete Zeit (Gleichanteil).

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} x(t) dt \quad (7.3)$$

Für eine reine Wechselgröße ist der arithmetische Mittelwert $\bar{x}$ gleich 0.

- technisch sehr einfach zu bilden:
 - Trägheit mechanischer Messeinrichtungen
 - Tiefpass 1. Ordnung

Bewertung eines Wechselsignals durch Gleichrichtung (Einweg- oder Zweiweggleichrichtung) sehr einfach möglich.

Der **Gleichrichtwert** einer Wechselgröße ist ungleich 0:

$$|\bar{x}| = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} |x(t)| dt \quad (7.4)$$

Quadratischer Mittelwert und Effektivwert

Für die Ermittlung des quadratischen Mittelwertes $\bar{x}^2$ sind die quadrierten Funktionswerte des periodischen Kurvenverlaufs zu ermitteln und über diese der arithmetische Mittelwert zu bilden:

$$\bar{x}^2 = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} [x(t)]^2 dt \quad (7.5)$$

Infolge der Quadrierung ist auch der quadratische Mittelwert einer reinen Wechselgröße ungleich 0.

Bedeutung in der Leistungsmessung:

Wechselstrom-Leistung:

$$P_{\sim} = \frac{\bar{u}^2}{R} \quad \text{bzw.} \quad P_{\sim} = \bar{i}^2 \cdot R \quad (7.6)$$

Gleichstrom-Leistung:

$$P_{-} = \frac{U^2}{R} \quad \text{bzw.} \quad P_{-} = I^2 \cdot R \quad (7.7)$$

$$P_{-} = P_{\sim}$$

$$\frac{U^2}{R} = \frac{\bar{u}^2}{R} \Rightarrow U^2 = \bar{u}^2$$

$$U = \sqrt{\bar{u}^2} \quad (= U_{eff!}). \quad (7.8)$$

Der Effektivwert einer zeitlich veränderlichen Spannung entspricht vom Betrag her der Gleichspannung welcher die gleiche Leistungsumsetzung an einem Widerstand R hervorruft. U steht sowohl für die Gleichspannung als auch für den Effektivwert der Spannung.

Der Effektivwert der Wurzel aus dem quadratischen Mittelwert einer veränderlichen periodischen Größe entspricht:

$$X = \sqrt{\bar{x}^2} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} [x(t)]^2 dt}. \quad (7.9)$$

Scheitelfaktor

Der Scheitelfaktor oder auch Crestfaktor ξ (sprich Xsi) beschreibt das Verhältnis von Spitzenwert zu Effektivwert einer periodischen Funktion:

$$\xi = \frac{\hat{x}}{X}. \quad (7.10)$$

- Maß für die Übersteuerung eines Messgerätes (verursacht durch Spitzenwerte)
- Kritisch bei Pulsfolgen mit kleinem Tastgrad (Werte von 1/10 und kleiner)
- Crestfaktor sollte bei Messeinrichtungen mit elektronischer Verstärkung vorliegen

Für eine sinusförmige Kurvenform beträgt der Crestfaktor: $\xi_{\sin} = \underline{\underline{\sqrt{2} = 1,414}}$

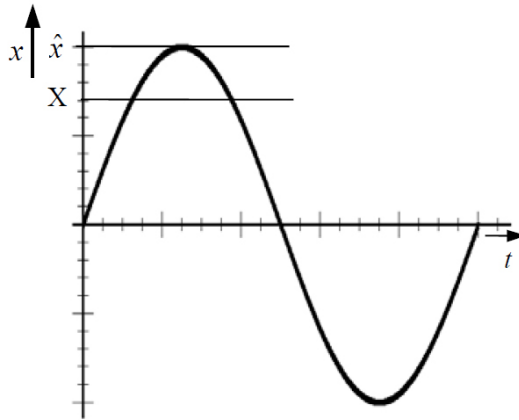


Abbildung 7.4: Effektivwert und Spitzenwert eines sinusförmigen Signal

Formfaktor

Der Formfaktor F ist als Quotient aus Effektivwert und Gleichrichtwert einer periodischen Wechselgröße definiert:

$$F = \frac{X}{|x|}. \quad (7.11)$$

fester Zusammenhang zwischen dem Effektivwert und dem Gleichrichtwert.

- Einfaches Skalieren von Gleichrichtwert zu bedeutsameren Effektivwert
- Skalierung gilt nur für sinusförmige Signale
- Effektivwert bei anderen Kurvenformen nur sehr aufwändig zu messen

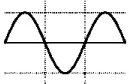
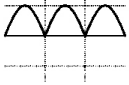
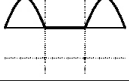
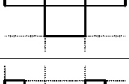
Schwingungsart	Schwingungsform	Gleichrichtwert bezogen auf Scheitelwert	Formfaktor	Effektivwert durch Scheitelwert	Scheitelfaktor
Sinusschwingung		$\frac{2}{\pi} \approx 0,637$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,11$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,707$	$\sqrt{2} \approx 1,414$
Volle Schwingung gleichgerichteter Sinus		$\frac{2}{\pi} \approx 0,637$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,11$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,707$	$\sqrt{2} \approx 1,414$
Halbschwingung gleichgerichteter Sinus		$\frac{1}{\pi} \approx 0,318$	$\frac{\pi}{2} \approx 1,571$	$\frac{1}{2} = 0,5$	2
Dreiecksschwingung		$\frac{1}{2} = 0,5$	$\frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1,155$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0,577$	$\sqrt{3} \approx 1,732$
Sägezahnsschwingung		$\frac{1}{2} = 0,5$	$\frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1,155$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0,577$	$\sqrt{3} \approx 1,732$
Symmetrische Rechteckschwingung		1	1	1	1
PWM-Signal		$\frac{t_1}{T}$	$\sqrt{\frac{T}{t_1}}$	$\sqrt{\frac{t_1}{T}}$	$\sqrt{\frac{T}{t_1}}$
Gleichgröße		1	1	1	1

Abbildung 7.5: Eigenschaften unterschiedlicher Schwingungsformen.

7.4 Periodischen Signale und Frequenzspektrum

Nach Fourier kann jede nichtsinusförmige periodische Kurvenform durch Überlagerung von Sinusschwingungen generiert werden, deren Frequenzen f in einem ganzzahligen Verhältnis stehen.

Diskrete Sinusschwingungen lassen sich im **Amplituden-Frequenz**-Spektrum darstellen mit den Amplituden der einzelnen Sinusschwingungen ihrer jeweiligen Frequenz.

Während die Sinusschwingung nur eine Spektrallinie in dem Amplituden-Frequenz-Spektrum enthält, lassen sich beim Rechteckpuls mehrere Spektrallinien nachweisen. Mathematisch kann ein Frequenzspektrum mit der Fourieranalyse ermittelt werden.

Für einen Rechteckpuls mit der Periodendauer $T = 1/f_0$, mit f_0 - Folgefrequenz der Pulse, lässt sich die Fourierreihe wie folgt angeben:

$$x(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \hat{x} \cdot [\sin(\omega_0 \cdot t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega_0 \cdot t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega_0 \cdot t) + \frac{1}{7} \sin(7\omega_0 \cdot t) \cdots]. \quad (7.12)$$

Die Frequenz $\omega_0 = 2\pi f_0$ wird als Grundschwingung bezeichnet. Die, im Fall des Rechteckpulses ungeradzahlgigen Vielfache der Grundschwingung, bezeichnet man als Harmonische bzw. Oberschwingungen.

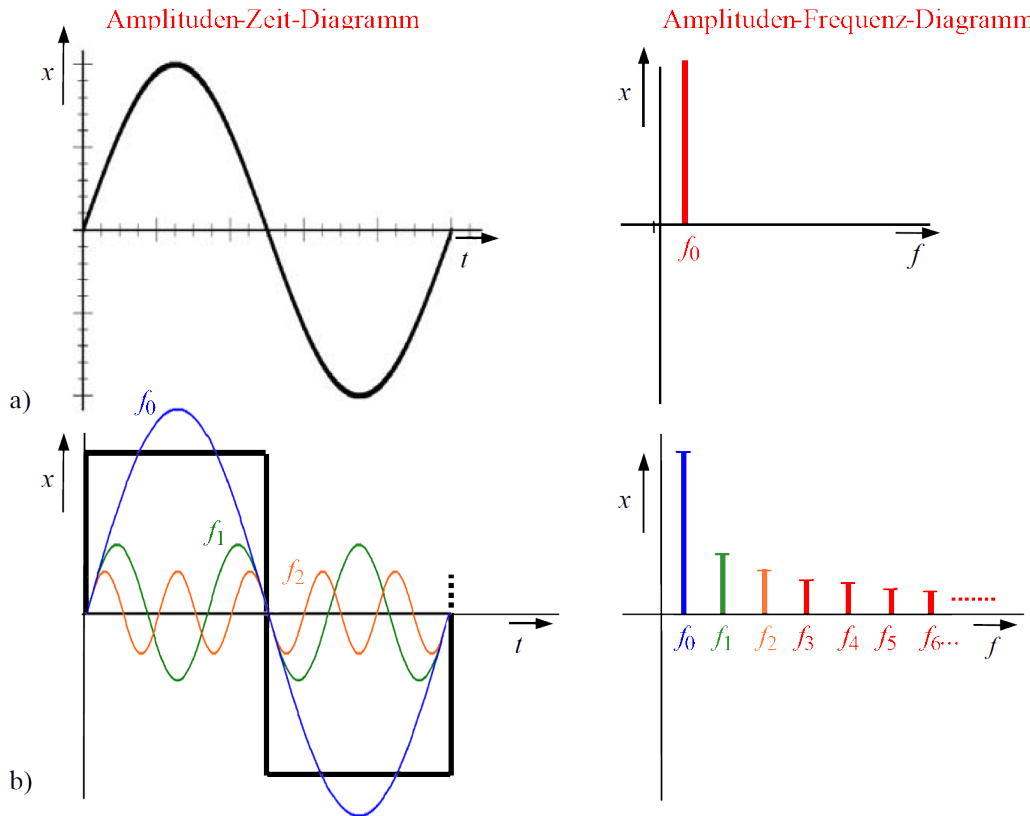


Abbildung 7.6: Amplituden-Zeit-Diagramm und Amplituden-Frequenz-Diagramm von a) einer Sinusschwingung und b) einer Rechteckschwingung

- Die Grenzfrequenz oberhalb der Grundschwingung eines nichtsinusförmigen Messsignals zu legen ist nicht ausreichend.
- Oberschwingungen müssen einbezogen werden

In der Praxis: Für Rechteckpuls eine Bandbreite bereitstellen, die mindestens der 11-fachen Frequenz der Grundschwingung entspricht, so dass auch noch die 5. Harmonische in die Signalverarbeitung mit einbezogen wird.

Beispiel:

Bei einem Rechteckpuls mit 10 MHz Folgefrequenz, diese repräsentiert die Frequenz f_0 der Grundschwingung, sollte die Übertragungseinrichtung Sinussignale mit Frequenzen bis mindestens 110 MHz weitgehend fehlerfrei verarbeiten können.

Für die Güte einer Übertragungseinrichtung für elektrische Signale ist charakterisierend, wie unverfälscht sie diese den Signalweg passieren lässt, bezogen auf das Amplituden-Frequenz-Spektrum des elektrischen Signals.

Die Parameter K für Klirrfaktor und Klirrkoeffizient haben sich als Maßangabe etabliert.

Definition K : Verhältnis der Summe der Effektivwerte aller Oberschwingungen (ohne Grundschwingung) zum Effektivwert des gesamten Spektrums.

7.5 Verständnisfragen

1. Warum sind frequenzanaloge Messsignale auf technisch einfache Art und mit geringen Fehlereinflüssen zu digitalisieren?

Lösung:

Ableitung der Frequenz des Messsignals durch Pulsfolge (z.B. Triggerschaltung).
Zählen der Pulse innerhalb eines Zeitintervalls $\rightarrow$ Maß für die gesuchte Frequenz.

Genauigkeit des Zeitintervalls ($A_{rel} \leq 10^{-12}$).

Unvermeidbar: Digitaler Restfehler.

2. Erläutern Sie die praktische Bedeutung des arithmetischen und des quadratischen Mittelwerts für die Messtechnik.

Lösung:

Arithmetischer Mittelwert:

Integrierende Wirkung der Trägheit mech. oder therm. Messeinrichtungen.

$\rightarrow$ Tiefpass 1. Ordnung.

Für reine Wechselgrößen gleich Null.

Quadratischer Mittelwert:

Repräsentativ für die **Amplitude** eines Wechselsignals. Kurvenformunabhängige Bestimmung der Leistung über einen Verbraucher möglich.

Ermittlung aufwendiger als beim arithmetischen Mittelwert.

KAPITEL 8

Messeinrichtungen

8.1 Wechselwirkung zwischen Grundfunktion und Grundstruktur einer Messeinrichtung

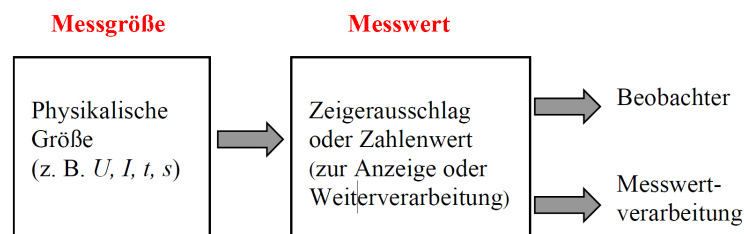


Abbildung 8.1: Schematisierung der Funktion einer Messeinrichtung

Transformation der Messgröße in einen Messwert:

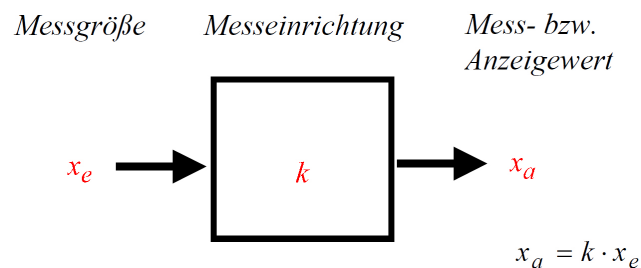


Abbildung 8.2: Messeinrichtung mit Eingangssignal x_e , Ausgangssignal x_a , Übertragungsfaktor k

- Transformation überführt z.B. im Drehspulmesswerk eine Spannung in einen Zeigerausschlag
- Messwandler vorschalten, um die gesuchte physikalische Größe der Messung zugänglich zu machen
- Nichtelektrische Größen erfordern einen Messwandler $\rightarrow$ Sensor

8.2 Statische und dynamische Kenngrößen

8.2.1 Statische Kenngrößen

Übertragungsfaktor k der Einrichtung im eingeschwungenen Zustand des Systems $\rightarrow$ Verstärkung v

Über den gesamten Eingangsbereich der Messeinrichtung wird der Übertragungsfaktor durch die statische Kennlinie beschrieben. Danach ergibt sich mit dem Eingangsbereich von x_{e0} bis $x_{e0} + \Delta x_e$ ein Ausgangsbereich von x_{a0} bis $x_{a0} + \Delta x_a$.

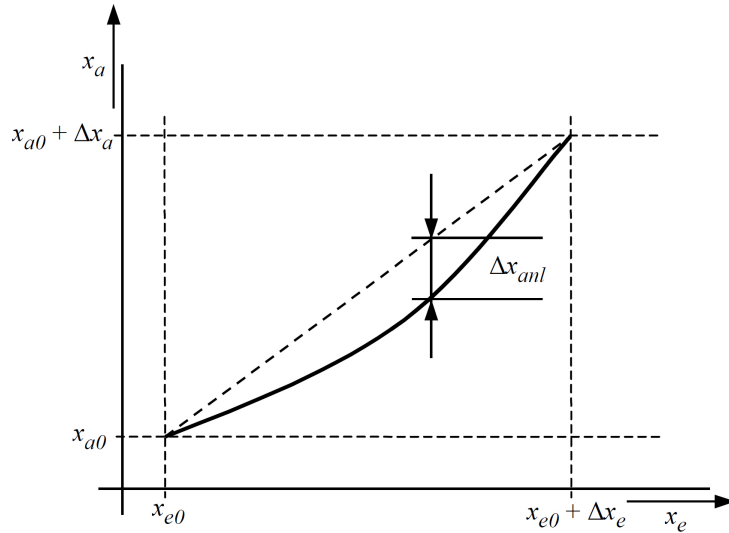


Abbildung 8.3: Statische Kennlinie einer Messeinrichtung

Im Idealfall (nur lineare Funktionsanteile in der Kennlinienfunktion, gestrichelte Linie) lautet die Kennlinienfunktion $x_a = f(x_e)$:

$$x_a = f(x_e) = x_{a0} + \frac{\Delta x_a}{\Delta x_e} \cdot (x_e - x_{e0}). \quad (8.1)$$

Bei Messeinrichtungen, bei denen die Kennlinie durch den Nullpunkt des Koordinatensystems geht, vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$x_a = f(x_e) = \frac{\Delta x_a}{\Delta x_e} \cdot x_e. \quad (8.2)$$

Ableitung des Übertragungsfaktor k (Verstärkung v):

$$k = v = \frac{\Delta x_a}{\Delta x_e}. \quad (8.3)$$

Berücksichtigung des unerwünschten nichtlinearen Anteils:

$$x_a = f(x_e) = x_{a0} + \frac{\Delta x_a}{\Delta x_e} \cdot (x_e - x_{e0} + x_{anl}). \quad (8.4)$$

wobei x_{anl} die Zusammenfassung der nichtlinearen Anteile in der Kennlinienfunktion darstellt.

Die Empfindlichkeit E ist allgemein als der Quotient aus der Änderung der Ausgangsgröße zu der sie verursachenden Änderung der Eingangsgröße definiert:

$$E = \frac{dx_a}{dx_e}, \quad (8.5)$$

für Bereiche in denen die Kennlinie linear verläuft, lässt sich die Empfindlichkeit durch endliche Differenzen ausdrücken:

$$E = \frac{\Delta x_a}{\Delta x_e}. \quad (8.6)$$

Sind Eingangsgröße und Ausgangsgröße von gleicher Art (z.B. Spannungen), dann spricht man statt von Empfindlichkeit von Verstärkung.

Weitere statische Kenngrößen:

- **Auflösung:** kleinste Differenz zwischen zwei Messwerten, die ein Messgerät eindeutig unterscheiden kann
- **Ansprechschwelle:** kleinst möglicher Wert einer Messgröße, der zu einer erkennbaren Reaktion des Messgerätes führt

8.2.2 Dynamische Kenngrößen

Liegt eine zeitlich veränderliche Messgröße vor, wird die Messeinrichtung diesen Veränderungen i. Allg. nur mit einer zeitlichen Verzögerung folgen können. Beschreibung mit einfachen, aber trotzdem möglichst der Realität widerspiegelnden Modellen → lineares Verzögerungsverhalten 1. Ordnung und 2. Ordnung.

Bezeichnung abgeleitet von den Differentialgleichungen 1. und 2. Ordnung

Praxis: Hinreichend genaue Interpretation des dynamischen Übertragungsverhaltens durch Annahme einer Verzögerung 1. Ordnung.

Zeitverhalten linearer Übertragungsglieder

Im einfachsten Fall: proportionales Übertragungsverhalten:

$$x_a(t) = k \cdot x_e(t). \quad (8.7)$$

Ein Ausgangssignal $x_a(t)$ eines verzögerungsfreien Übertragungsgliedes folgt dem veränderlichen Eingangssignal $x_e(t)$ direkt. Mit verzögerungsbehafteten Gliedern kann das Ausgangssignal dem Eingangssignal nicht mehr unmittelbar folgen, es ergibt sich eine dynamisch bedingte Abweichung:

$$A_d(t) = x_a(t) - k \cdot x_e(t). \quad (8.8)$$

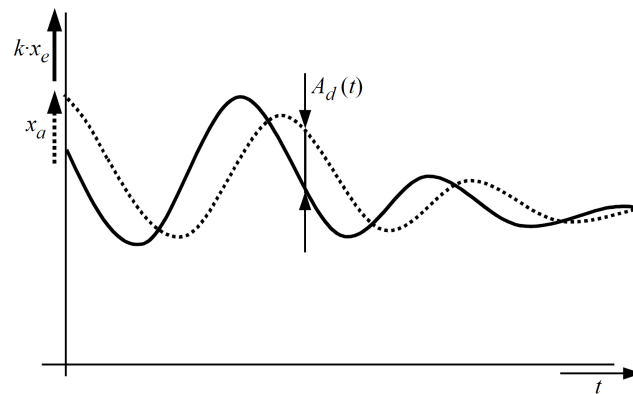


Abbildung 8.4: Dynamische Abweichung eines Übertragungsgliedes mit Verzögerung

Das diese dynamische Abweichung hervorruftende technische Übertragungsglied ist der Tiefpass 1. Ordnung. Er ist im Sinne der Übertragungstechnik identisch mit dem Verzögerungsglied 1. Ordnung.

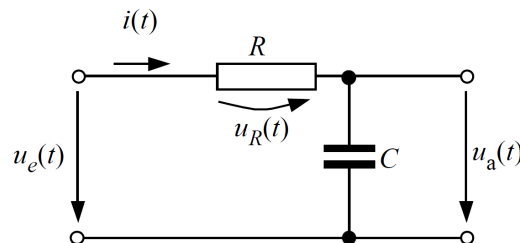


Abbildung 8.5: Tiefpass 1. Ordnung - Verzögerungsglied 1. Ordnung

Analyse des Zeitverhaltens mit Testfunktionen

Analyse des Zeitverhaltens mittels Dgl. des Systems sehr aufwendig bzw. nicht durchführbar:

- Verteilte Parameter, die das Übertragungsverhalten charakterisieren sind nur ungenau zu bestimmen
- Interpretation der Ergebnisse der Analyse mit Dgl. erfordert viel Erfahrung

Meist ist es ausreichend das Übertragungsverhalten einer Messeinrichtung mittels Testfunktionen (Standardfunktionen) zu überprüfen. Anlegen einer Testfunktion an den Eingang der Messeinrichtung und an ihrem Ausgang die Antwort, die so genannte Kennfunktion, analysieren.

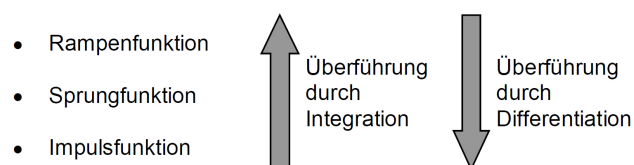


Abbildung 8.6: Zusammenhang zwischen den Testfunktionen

Am häufigsten kommt die **Sprungfunktion** als Testfunktion zur Anwendung.

Charakteristisch für eine Sprungfunktion ist ihr Sprung von einem Ausgangswert, häufig 0, auf einen Endwert. Die Zeitdauer für diesen Wertwechsel geht bei der idealen Sprungfunktion gegen Null.

Wird eine Übertragungseinrichtung mit Verzögerungsverhalten 1. Ordnung, also die Messeinrichtung, mit einer Sprungfunktion beaufschlagt, so ergibt sich eine Differentialgleichung unter Berücksichtigung $x_e(t) = x_{e0}$:

$$\tau \cdot \frac{dx_a(t)}{dt} + x_a(t) = k \cdot x_e(t) = x_{a0} = k \cdot x_{e0}, \quad (8.9)$$

über die bekannten Lösungsansätze für homogene Dgl. dieser Art und den Bedingungen: $x_a(t) = 0$ für $t = 0$ und $x_a(t) = x_{a0}$ für $t = \infty$ erhält man als Lösung die folgende Beschreibungsgleichung für die Sprungantwort:

$$x_a(t) = x_{a0} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (8.10)$$

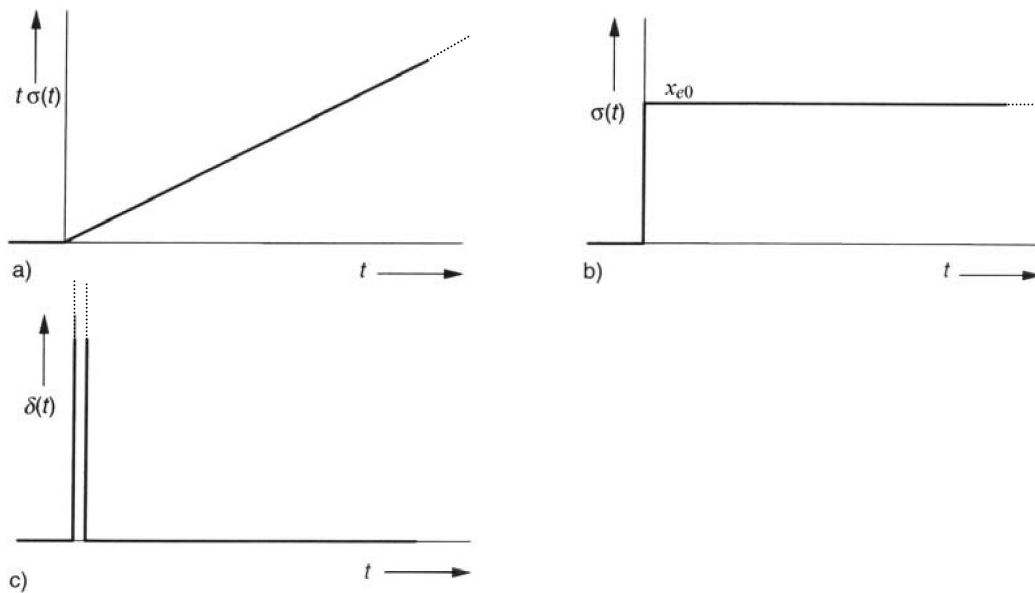


Abbildung 8.7: Gebräuchliche Testfunktionen

a) Rampenfunktion, b) Sprungfunktion, c) Impuls- bzw. Stoßfunktion

In der Praxis lässt sich die Sprungantwort beispielsweise auf einem Digital-Speicher-Oszilloskop darstellen, aus diesem können dann typische Kennwerte der Sprungantwort entnommen werden, die unmittelbar Rückschlüsse auf das Übertragungssystem, zulassen.

Aus der grafischen Darstellung der Sprungantwort lassen sich die folgenden Informationen unmittelbar entnehmen:

- τ - Zeitkonstante des Messsystems
- t_e - Einstellzeit (Zeitintervall vom Anlegen der Sprungfunktion bis zum Erreichen des Toleranzbandes $0,95 \leq x_a(t)/x_{a0} \leq 1,05$, für Verzögerungsglieder 1. Ordnung gilt $t_e = 3\tau$!)
- t_r - Anstiegszeit (auch t_{an} , Zeitintervall für den Anstieg von $x_a(t)/x_{a0} = 0,1$ auf $x_a(t)/x_{a0} = 0,9$).

Zeitkonstante und Anstiegszeit stehen für Verzögerungsglieder 1. Ordnung im festen Zusammenhang und lassen sich mit den Näherungsgleichungen:

$$t_r = 2,197 \cdot \tau \quad \text{bzw.} \quad \tau = 0,455 \cdot t_r \quad (8.11)$$

ineinander überführen.

Bei einem passiven Tiefpass 1. Ordnung entspricht dann $x_a(t)$ der Spannung $u_a(t)$ und der Wert x_{a0} der Spannung $u_a(t)$ für $t \rightarrow \infty$ bzw. $k \cdot u_e(t)$ für $t \geq 0$.

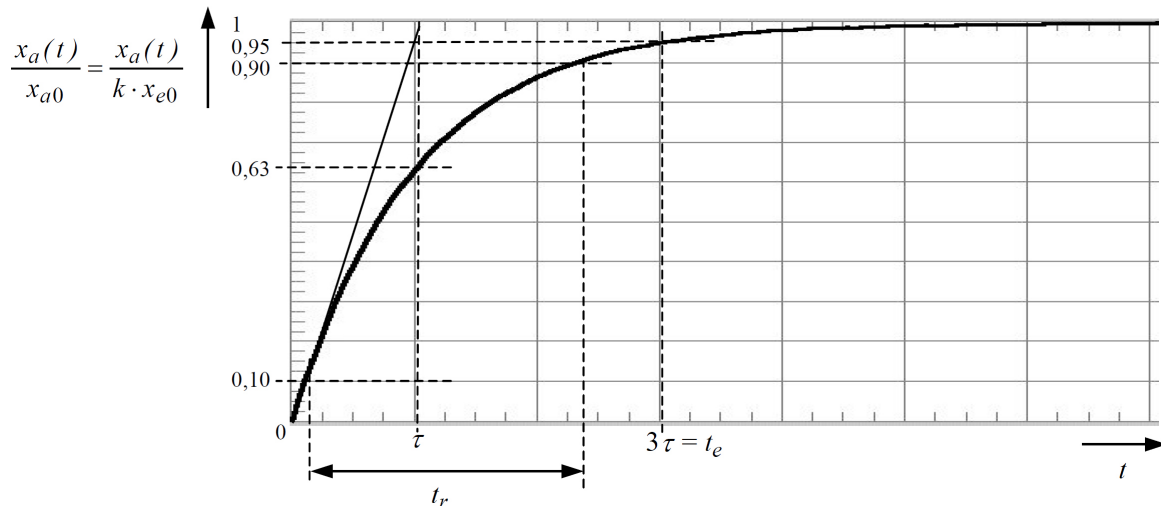


Abbildung 8.8: Sprungantwort eines Verzögerungsgliedes 1. Ordnung

Die Sprungantwort beginnt ohne erkennbare Verzögerung, d. h. ohne eine Totzeit, sofort nach Anlegen der Sprungfunktion zu steigen. Das ist ein Indiz dafür, dass nur vernachlässigbar kleine Verzögerungsanteile höherer Ordnung in der Übertragungsfunktion enthalten sind.

Mit der Zeitkonstanten τ kann z.B. die Grenzfrequenz f_c eines Messsystems bestimmt werden:

$$\tau = RC = \frac{1}{2\pi \cdot f_c} \quad \Rightarrow \quad f_c = \frac{1}{2\pi \cdot \tau} \quad (8.12)$$

8.3 Verständnisfragen

1) Nennen Sie 5 statische Kenngrößen von Messeinrichtungen.

Lösung:

Statischer Übertragungsfaktor bzw. Verstärkung, Empfindlichkeit, Auflösung, Genauigkeit, Unsicherheit.

2) Wann sind dynamische Kenngrößen von Messeinrichtungen zu beachten?

Lösung:

Bei der Messung zeitlich veränderlicher Messgrößen und Einflussgrößen sind dynamische Kenngrößen der verwendeten Messeinrichtung zu beachten.

3) Welche technischen Komponenten von Messeinrichtungen bestimmen wesentlich deren Zeitverhalten?

Lösung:

Die wirksame Zeitkonstante τ des aus Messobjekt und Messeinrichtung bestehenden Messsystems bestimmt dessen Zeitverhalten.

Es gilt: $\tau = R \cdot C$.

Die wirksame Kapazität C wird bestimmt durch Parallelschaltung

- von Ausgangskapazität des Messobjekts,
- der Kapazität des Messkabels und
- der Eingangskapazität der Messeinrichtung.

Der wirksame Widerstand R ergibt sich in erster Näherung durch Parallelschaltung

- von Ausgangswiderstand des Messobjekts und
- Eingangswiderstand der Messeinrichtung.

4) Welche typischen Zeiten lassen sich aus der Sprungantwort eines Übertragungssystems entnehmen?

Lösung:

- Zeitkonstante τ
- Einstellzeit t_e
- Anstiegszeit $t_{an}(t_r)$, bzw.
- bei einer negativen Sprungfunktion die Abfallzeit t_f

KAPITEL 9

Messung nichtelektrischer physikalischer Größen

Die Mehrzahl der in der Umwelt, auch in Produktionsprozessen, auftretenden und damit auszuwertenden physikalischen Größen sind nichtelektrischer Natur. Folglich ist die messtechnische Bewertung dieser nichtelektrischen physikalischen Größen, bzw. der von diesen Größen abgeleiteten Signale eine grundlegende Voraussetzung zur Überwachung von Umwelt- bzw. Produktionsprozessen.

Zur Nutzung der gewonnenen Messsignale in der Steuerungs- und Regelungstechnik sind vorrangig aber elektrische Signale erforderlich. Es muss somit eine Umsetzung des nichtelektrischen Signals aus der Umwelt, das die nichtelektrische physikalische Größe beschreibt, in ein elektrisches Signal erfolgen.

9.1 Messkette

Um nichtelektrische Informationen aus der Umwelt der elektrischen Messwerterfassung- und -verarbeitung zugänglich zu machen, sind eine Reihe von Aktivitäten erforderlich, die man in einer Messwerterfassungskette - kurz Mess- oder Sensorkette - zusammenfasst.

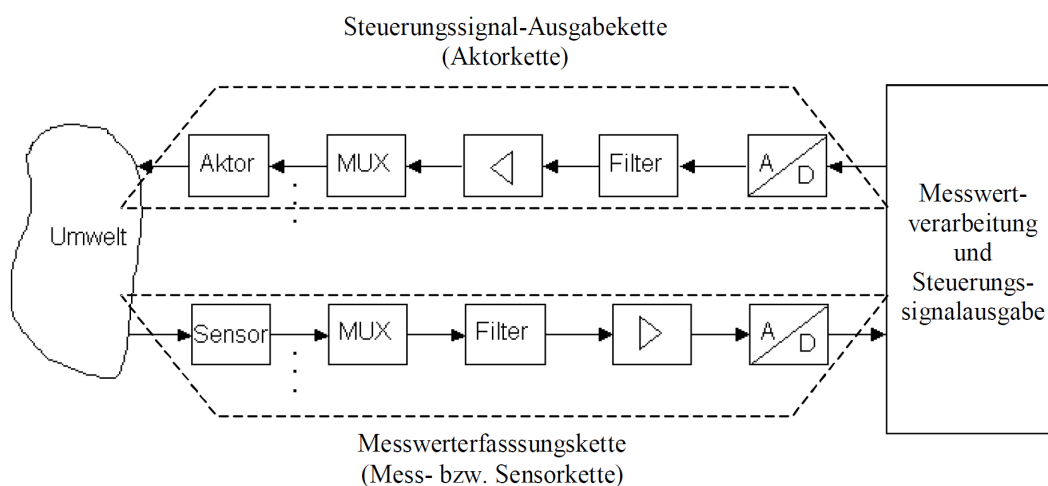


Abbildung 9.1: Erfassen bzw. Senden von nichtelektrischen physikalischen Größen

Bild 9-1 zeigt im unteren Zweig eine mögliche Anordnung einer solchen Messkette. Der obere Zweig in Bild 9-1, die Aktorkette, erlaubt ein definiertes Einwirken auf die Umwelt, im technischen Sinn meist auf den Produktionsprozess. Sie schließt

damit den Mess- und Aktorkreis, wie er für die Regelungstechnik, bzw. für die darauf aufbauende Automatisierungstechnik, erforderlich ist.

Im Rahmen dieses Skriptes wird nur auf die Messkette eingegangen. Entsprechend Bild 9-1 sind folgende Aktivitäten zur Messwerterfassung erforderlich, die durch entsprechende Elemente der Messkette realisiert werden.

1. Messsignalaufnahme mittels Sensoren, inklusive der Wandlung von nichtelektrische in elektrische Signale, der Filterung und der Schirmung,
2. Multiplexen, d. h. Auswählen, des Messsignals mit dem Multiplexer (MUX),
3. Verstärken, d. h. Pegelanpassung des Messsignals,
4. Digitalisierung des Messsignals mittels Analog-Digital-Wandler (ADW),
5. Verarbeiten und/oder Ausgeben des Messsignals.

9.1.1 Messsignalaufnahme

Dieser erste Teil der Messkette umfasst alle Aktivitäten, die zur fehlerfreien Aufnahme von Messsignalen erforderlich sind. Dazu gehört an erster Stelle die **Sensorik**. Eine nichtelektrische physikalische Größe beeinflusst einen Sensor bezüglich seiner elektrischen Eigenschaften. Mit den in Kapitel 9 erläuterten Methoden der elektrischen Messtechnik können diese Beeinflussungen erfasst werden. Ein bekannter Zusammenhang zwischen der einwirkenden nichtelektrischen physikalischen Größe und den beeinflussten elektrischen Eigenschaften des Sensors ist die wichtigste Bedingung für eine anwendbare Sensorik. Dieser Zusammenhang darf möglichst nur vernachlässigbar kleinen Veränderungen unterliegender.

Bei der Messsignalaufnahme ist zu gewährleisten, dass der Sensor auch tatsächlich weitestgehend nur durch das interessierende nichtelektrische Messsignal beeinflusst wird. Dies hat vor allem unter dem Gesichtspunkt der zunehmenden gegenseitigen Beeinflussung von elektrischen bzw. elektronischen Geräten eine große Bedeutung. Grund für die Zunahme sind die nach wie vor immer weiter **fortschreitende Miniaturisierung** in der Elektronik mit der damit verbundenen **stärkeren elektromagnetische Kopplung** zwischen den einzelnen Geräten und die weiter ungebrochene Tendenz zu immer **höheren Arbeitsgeschwindigkeiten** in der Elektronik.

Die erforderlichen Gegenmaßnahmen werden unter dem Begriff der Elektromagnetischen Verträglichkeit, kurz **EMV**, diskutiert und umfassen ein ganzes Spektrum von Aktivitäten im Entwurf, der Konstruktion und dem Betrieb elektronischer Geräte, also auch entsprechender Messgeräte, zur Reduzierung der Störbeeinflussungen. An dieser Stelle soll bezüglich der Messkette nur auf die elektrische Schirmung und Filterung zur Verminderung einer unzulässigen Beeinflussung des mit einem Sensor gewonnenen Messsignals hingewiesen werden.

Die Schirmung umfasst alle Maßnahmen zur Dämpfung von elektromagnetischen Störsignalen, die eine gleiche, aber auch andere Frequenz als das Nutzsignal aufweisen können. Die elektrische Komponente eines elektromagnetischen Feldes lässt sich sehr gut durch Umhüllung des elektrischen Leiters bzw. der Verarbeitungseinheit, z. B. des Messverstärkers, mit elektrisch leitfähigen Materialien abschwächen, z. B. Kupferblech oder -geflecht. Die magnetische Feldkomponente muss dagegen bei niederfrequenten Störungen mit hochpermeablen ferromagnetischen Materialien, speziellen Eisenblechen oder Ferrite, bedämpft werden. Nur bei hochfrequenten magnetischen Störfeldern können mit paramagnetischen Schirmen, die z. B. aus Kupfer oder

Aluminium bestehen, **Schirmwirkungen** gegen das störende Magnetfeld erreicht werden.

Die Filterung beinhaltet Maßnahmen zur Unterdrückung von Störsignalen mit Frequenzen außerhalb des Nutzsignalbereiches. Zur Filterung sind elektrische Filter vorrangig 1. und 2. Ordnung zu verwenden. Für höchste Ansprüche kommen auch Filter höherer Ordnung zur Anwendung, für deren Applikation aber große Erfahrungen erforderlich sind. Es müssen dann Schwankungen, d. h. Welligkeit der Ausgangsspannung des Filters im genutzten Frequenzbereich und eventuelle Schwingneigung der gesamten Baugruppe zur Messsignalverarbeitung beherrscht werden. Im Einzelnen können folgende Filtertypen zum Einsatz kommen:

- **Hochpass-Filter**, z. B. zur Unterdrückung von netzfrequenten Störspannungen, auch Netzbrummspannungen genannt,
- **Tiefpass-Filter**, z. B. zum Abblocken von Hochfrequenzeinstreuungen, die von Rundfunksendern oder Mobilfunktelefonen stammen können,
- **Bandpass-Filter**, z. B. zur Begrenzung der Nutzbandbreite zwecks Verbesserung des Rausch-/Nutzsignalverhältnisses. Bekanntlich ist beim so genannten weißen Rauschen, dem Widerstandsrauschen, die Größe der Rauschspannung proportional der Bandbreite der Signalverarbeitungseinrichtung. Minimierung der Bandbreite führt deshalb zur Minimierung der Rauschspannung.

Für eine weitergehende Diskussion der EMV-Problematik sei auf die umfangreiche Literatur zu diesem Thema verwiesen. Um die Arbeitsfähigkeit elektronischer Geräte und Systeme in einer störbehafteten Umwelt zu sichern, hat der Gesetzgeber der EMV ein spezielles Gesetz gewidmet, das **EMVG, Gesetz zur Elektromagnetischen Verträglichkeit**. Hier soll nur darauf hingewiesen werden, dass jeder, der sich mit der Entwicklung und Anwendung elektrischer/elektronischer Geräte befasst, sowohl die technische Problemstellung und als auch Gesetzlichkeiten zur EMV kennen muss.

9.1.2 Multiplexen

Bei einfachen Messaufgaben, wo nur eine Messstelle zu bewerten ist, ist das Multiplexen nicht erforderlich, i. Allg. sind aber mehrere Messstellen zu überwachen. In solchen Fällen bietet sich eine gemeinsame Nutzung der Messeinrichtung für das Aufnehmen der Messinformationen von mehreren Messstellen an. Hierzu dienen Multiplexer, die vorhandene Messstellen zeitseriell mit der Messeinrichtung verbinden.

In der Praxis sind Multiplexer fast immer als 1-aus-n-Multiplexer organisiert, d. h. aus n Messstellen wird zu einem geforderten Zeitpunkt eine mit der Messeinrichtung verbunden, s. Bild 9-2. Wenn es gilt mehrere Messpunkte mit verschiedenen Messeinrichtungen zu verbinden, sind Matrix-Multiplexer erforderlich, deren Prinzip Bild 9-3 verdeutlicht.

Für das Multiplexen von Signalen, die zwei Leitungen benötigen, z. B. bei der Übertragung symmetrischer Differenzsignale, müssen entsprechend zwei der skizzierten Multiplexer verwendet werden, die zeitsynchron beide Leitungen multiplexen.

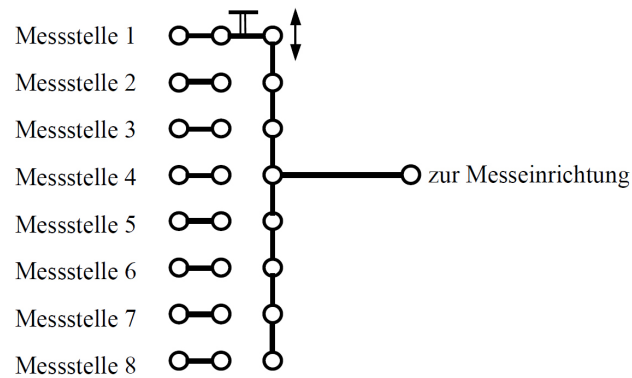


Abbildung 9.2: Struktur eines 1-aus-8-Multiplexer

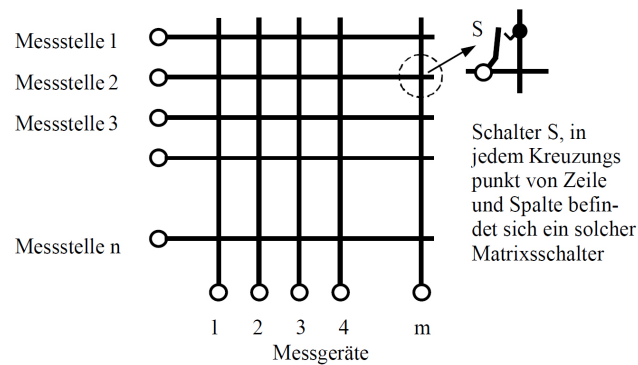


Abbildung 9.3: Struktur eines Matrix-Multiplexers

Multiplexer können sowohl mit **Relais**, als auch mit elektronischen Schaltern aufgebaut werden, wobei letztere i. Allg. in einem **monolithischen** Schaltkreis (monolithischer Multiplexer) integriert sind. Beide Varianten zeichnen sich durch teilweise sehr unterschiedliche Merkmale aus, die in Tabelle 9.1 zusammengestellt sind. Aus diesen Merkmalen für den jeweiligen Multiplexertyp lassen sich typische Möglichkeiten und Grenzen der Anwendung ableiten. Bei der Applikation von Multiplexern ist vor allem die Minimierung der gegenseitigen Beeinflussung der zu schaltenden Messsignale von entscheidender Bedeutung. Hier zeigen die mit diskreten Relais aufgebauten Multiplexer eindeutige Vorteile. Deshalb werden in leistungsfähigen Messsystemen nach wie vor die sehr teuren und im Vergleich zu integrierten Lösungen sehr voluminösen Relaismultiplexer verwendet. Nur sie ermöglichen eine geringste gegenseitige Beeinflussung der Signale der einzelnen Messquellen und die besonders hochwertige Trennung bzw. Verbindung zwischen Messsignalquelle und -senke.

<i>monolithische Multiplexer</i>	<i>Relais-Multiplexer</i>
• keine mechanischen Elemente • Signalübersprechen ist relativ groß (oft < 30 dB!) • Durchlasswiderstand (10...300) Ω • zulässiger Eingangsspannungsbereich kleiner als die Betriebsspannung U_B des Multiplexers • Sperrwiderstand > 1 MΩ • schnelle Kanalumschaltung möglich, $t_{umschalt} \leq 1 \mu s$ • geringer Platzbedarf	• meist Reed-Relais (klimastabile Kontakte) • Signalübersprechen > 100 dB möglich • Durchlasswiderstand $\ll 1 \Omega$ • Sperrwiderstand $\geq 1 G\Omega$ • zulässiger Eingangsspannungsbereich durch konstruktiven Aufbau begrenzt (Durchschlagsspannung) • Kanalumschaltzeit $t_{umschalt} \geq 10 ms$ • Koaxialaufbau mit geschirmten Relais möglich, aber sehr kostenintensiv • großer Platzbedarf

Tabelle 9.1: Gegenüberstellung monolithischer Multiplexer und Relais-Multiplexer

9.1.3 Verstärken

Dieser Teil der Messkette hat die Aufgabe das Messsignal zu verstärken, d. h. den Pegel des Signals an den Eingangsbereich der nachfolgenden Baugruppe anzupassen, lt. Bild 9-1 an den Eingangsbereich des ADW.

In der Messtechnik wird i. Allg. eine **lineare** Verstärkung gefordert. Hierfür stehen rauscharme und leistungsfähige **Operationsverstärker (OPV)** zur Verfügung, bei denen mit einfachster Außenbeschaltung mit zwei Widerständen die geforderte Verstärkung eingestellt werden kann. OPV können in zwei Grundsaltungen betrieben werden. Zur Pegelanpassung wird vorrangig die invertierende Grundsaltung benutzt (Bild 9-4 a). Bei ihr wird die Ausgangsspannung im Vergleich zur Eingangsspannung um 180° in der Phase verschoben, d. h. invertiert. Der Eingangswiderstand einer Verstärkerschaltung mit OPV in invertierender Betriebsart ist in erster Näherung mit dem Wert des Widerstands R_1 identisch, üblich sind Werte für R_1 im Bereich von 1k Ω bis 50 k Ω .

Zur **Entkopplung** zwischen Sensor und Messverarbeitung kann die nichtinvertierende Grundsaltung entsprechend Bild 9-4b eingesetzt werden. Sie zeichnet sich durch einen **sehr hohen Eingangswiderstand**, $\geq 1 M\Omega$, und einen **niedrigen Ausgangswiderstand** aus. Wird der Widerstand R_2 in Bild 9-4b gegen Null reduziert und der Widerstand R_1 entfernt, das entspricht $R_1 \rightarrow \infty$, erhält man den Spannungsfolger, welcher mit seinen Eigenschaften der Idealvorstellung von einem Eingangswiderstand gegen Unendlich und einem Ausgangswiderstand gegen Null sehr nahe kommt. Er stellt einen Spezialfall des nichtinvertierenden Verstärkers mit der Verstärkung $v=1$ dar. Man spricht in dem Zusammenhang deshalb auch vom **Impedanzwandler**. Mit dieser Schaltung kann die in der Messtechnik geforderte Rückwirkungsfreiheit zwischen Messsignalquelle und der Messsignalverarbeitung sehr gut erreicht werden.

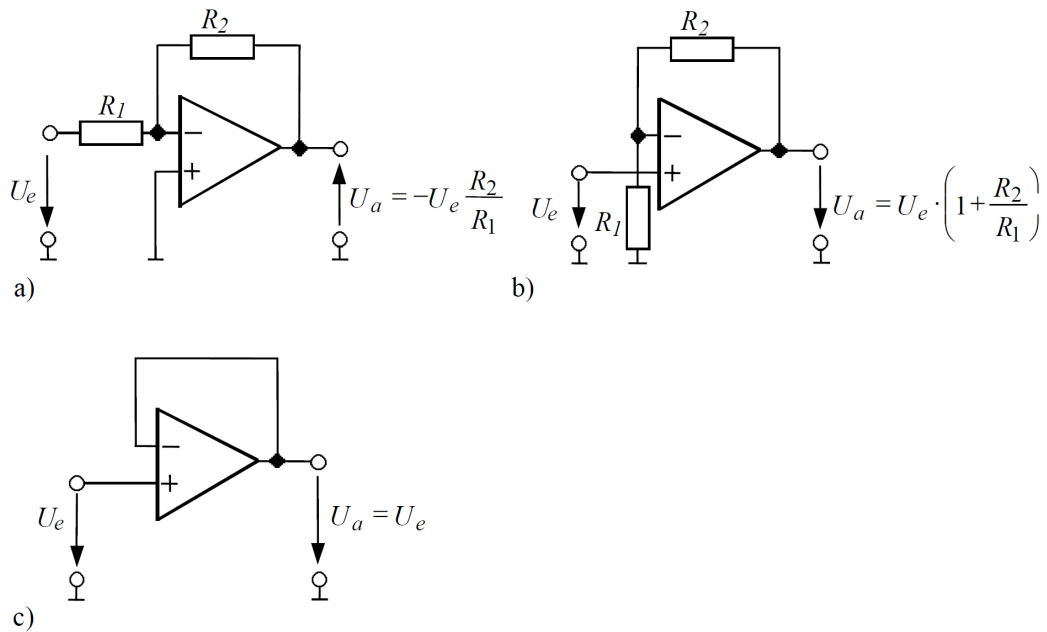


Abbildung 9.4: Invertierende (a), nichtinvertierende (b) Grundsaltung eines Operationsverstärkers und Spannungsfolger (c)

9.1.4 Analog-Digital-Wandlung

Die Analog-Digital-Wandlung (AD-Wandlung), auf deren Idee bereits im Kapitel 3 eingegangen worden ist, stellt ein zeit- und wertediskretes Signal zur Verfügung, dass zur Ansteuerung einer Digitalanzeige oder zur Weiterverarbeitung in einem Rechner geeignet ist.

Für den praktisch tätigen Messtechniker sind konkrete technische Prinzipien zur ADWandlung von Interesse, weil diese mit resultierenden Kenngrößen direkt korrespondieren und somit die Merkmale einer aufgebauten Messkette durch den verwendeten ADW bestimmend geprägt werden.

Kenngrößen von ADW

Die bestimmenden Kenngrößen eines ADW sind die Auflösung und die Abtastgeschwindigkeit, bzw. die Abtastfrequenz.

Mit der Auflösung kennzeichnet man die Anzahl der Bits, mit denen die Ausgangsinformation eines ADW dargestellt werden kann. Je höher die Auflösung ist, um so kleiner wird die sich ergebende Abweichung infolge der Quantisierung sein, wie auch Tabelle 9.2 zeigt. Die relative Abweichung infolge der Quantisierung korrespondiert mit der Genauigkeit, mit der die AD-Wandlung durchgeführt werden kann. Allerdings macht es wenig Sinn die Auflösung sehrhoch zu wählen, wenn die damit erreichbare Genauigkeit nicht auch durch die anderen Komponenten des ADW, bzw. des mit ihm aufgebauten Messsystems, weitergegeben werden kann.

Typischer Schwachpunkt des ADW ist die Genauigkeit der Referenzspannungsquelle zur Darstellung eines LSB. Wenn z. B. die Referenzspannung nur auf 0,1% stabilisiert werden kann, ist damit eine Auflösung von größer 10 Bit für diesen Wandler unsinnig, zumal die Aufwendungen und damit die Kosten für die Realisierung eines ADW mit zunehmender Auflösung überproportional steigen. Es gibt zwar mittlerweile Lösungen, die auf patentierte Schaltungen und Messalgorithmen basieren, um

die Messgenauigkeit in die Größenordnung der Genauigkeit der Referenzspannungsquelle zu bringen, das ist aber mit enormen Kosten und Aufwand verbunden und deshalb ausgewählten Applikationen vorbehalten. Es gilt auch hier der in der Messtechnik übliche Satz: **Aufwand so hoch wie nötig und nicht so hoch wie möglich!**

Wandlungsbreite	1 Bit	2 Bit	4 Bit	8 Bit	10 Bit
Zahl der Inkremente	2	4	16	256	1024
relative Abweichung A_{rel}	1	0,33	0,066	$3,9 \cdot 10^{-3}$	$0,98 \cdot 10^{-3}$

Wandlungsbreite	12 Bit	14 Bit	16 Bit	18 Bit	20 Bit
Zahl der Inkremente	4096	16384	65536	262144	1048576
relative Abweichung A_{rel}	$2,44 \cdot 10^{-4}$	$6,1 \cdot 10^{-5}$	$1,5 \cdot 10^{-5}$	$3,8 \cdot 10^{-6}$	$9,5 \cdot 10^{-7}$

Tabelle 9.2: Wandlungsbreite und relative Abweichung eines idealen ADW

Bezüglich der Abtastfrequenz sei hier in Erinnerung gerufen:

Die Entnahme von Samples aus einem sich zeitlich verändernden Messsignal muss so schnell erfolgen, dass mindestens zwei Samples pro Periode entnommen, d. h. abgetastet, werden. Berücksichtigt werden muss der höchste Frequenzanteil des Messsignals. Nur dann ist nach dem **Abtasttheorem nach Shannon** eine vollständige Rekonstruktion des digitalisierten Messsignals möglich.

Je nach technischer Anforderung sind unterschiedliche Wandlungszeiten und Auflösungen der AD-Wandlung erforderlich. Da es immer auf wirtschaftliche Lösungen ankommt, sind diese Forderungen nicht mit einem einzigen Wandlungsprinzip effektiv zu erfüllen, sondern es haben sich unterschiedlichste Lösungen herauskristallisiert. Drei ADW werden stellvertretend diskutiert. Für diese werden zum Abschluss praktisch erreichbare Auflösungen und Abtastfrequenzen zusammengefasst in einer Tabelle angegeben.

ADW nach dem Prinzip der sukzessiven Approximation

Die ADW nach dem Prinzip der sukzessiven Approximation sind vor allem in der rechnergesteuerten Messtechnik sehr verbreitet, weil sie sich sehr gut in einen monolithischen Schaltkreis integrieren lassen und streng getaktet zu betreiben sind. Sie führen die Wandlung seriell, d. h. Bit für Bit durch. Kernstück des Wandlers sind neben dem Approximationsregister ein Digital-Analog-Wandler (DAW), der die Vergleichsspannung für den Komparator liefert, siehe auch Bild 9-5.

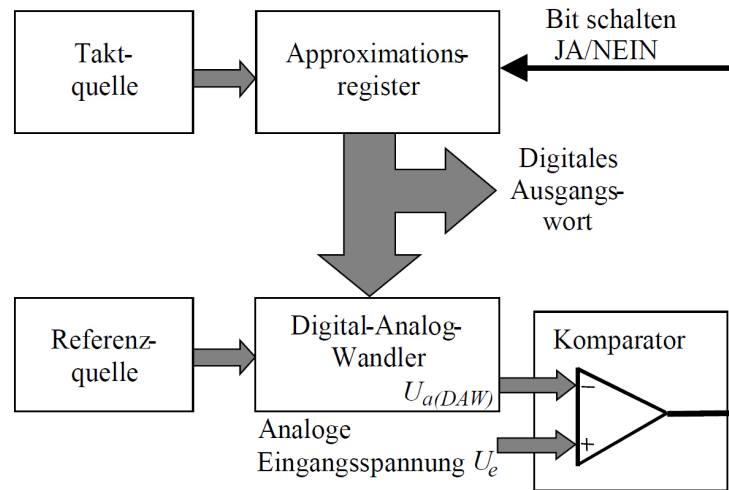
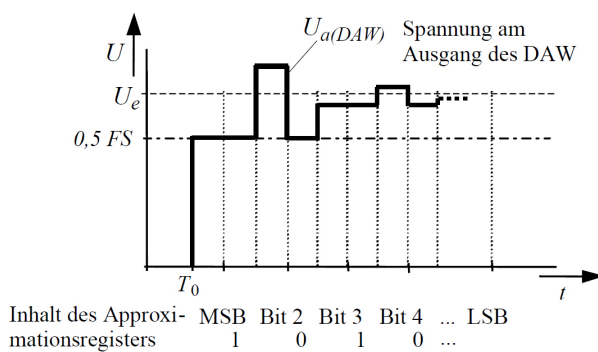


Abbildung 9.5: Analog-Digital-Wandler nach dem Prinzip der sukzessiven Approximation

Das Wandlerprinzip lässt sich am besten am Spannungszeitdiagramm entsprechend Bild 9-6 erläutern. Es wird schrittweise die zu digitalisierende Eingangsspannung U_e mit der vom internen DAW generierten Spannung verglichen. Im Ergebnis des Vergleichs ergibt sich der Inhalt des Approximationsregisters, der dem gesuchten Digitalwert entspricht.



Inhalt des Approximationsregisters
MSB Bit 2 Bit 3 Bit 4 ... LSB
1 0 1 0 ...

FS = full scale, Spannungswert, der der vollen Aussteuerung des ADW entspricht (alle Bits = 1)

Ablauf:

1. Start bei T_0
2. MSB setzen $\Rightarrow U_{a(DAW)} = 0,5 FS$.
3. Vergleich: MSB-Wert < oder > U_e .
4. Wenn < U_e : MSB bleibt gesetzt, wenn > U_e : MSB wieder abschalten.
5. Nächstes Bit setzen $\Rightarrow U_{a(DAW)} = \text{Summe der gesetzten Bitwerte}$.
6. Vergleich $U_{a(DAW)} < \text{oder} > U_e$.
7. Wenn < U_e ...

⋮

Weiter bis letztes Bit (LSB) getestet wurde:
 $\Rightarrow$ Bit-Belegung des Approximationsregisters entspricht dem digitalen Äquivalent der Eingangsspannung U_e !

Abbildung 9.6: Beispiel für ein Spannungs-Zeitdiagramm der AD-Wandlung nach dem Prinzip der sukzessiven Approximation

Die Grundidee besteht darin, dem Komparator beginnend mit dem MSB (most significant bit) Bit für Bit eine in Binärschritten erhöhte Vergleichsspannung $U_{a(DAW)}$ mit dem internen DAW anzubieten. Nach jeder Erhöhung wird geprüft, ob diese Spannung größer oder kleiner ist als die Eingangsspannung U_e . Im Ergebnis dieses Vergleichs wird entschieden, ob das zugehörige Bit im Digitalwort des ADW zugeschaltet bleibt, dies entspricht dem 1-Pegel des Bits oder wieder abgeschaltet werden muss, dies entspricht dem 0-Pegel dieses Bits. So nähert sich $U_{a(DAW)}$ in immer kleineren Schritten dem Wert von U_e an.

Nach Überprüfen des letzten Bits, dem LSB (least significant bit), hat sich die Ausgangsspannung des internen DAW in größtmöglicher Weise der Eingangsspannung U_e angenähert, so dass der digitale Inhalt des Approximationsregisters dem binären Äquivalent der Eingangsspannung entspricht. Die Qualität der erreichbaren Annäherung wird durch den Wert des LSB beschrieben, siehe auch die Bemerkungen in

Kapitel 7.2. Bei n Bitstellen des Ausgangswortes des ADW werden n Umsetzschrte entsprechend Bild 9-6 benötigt.

Aufgrund der geschilderten Wirkungsweise ist in der deutschsprachigen Literatur auch die Bezeichnung „**Wandlung nach dem Wgeprinzip**“ blich, in Anlehnung an die Apothekerwaage, wo die gleiche Vorgehensweise beim Vergleich zwischen Mess- und Vergleichsgröße vorliegt, nur in dem Fall mit Gewichtsstcken.

Die AD-Wandlung nach dem Prinzip der sukzessiven Approximation stellt einen guten Kompromiss zwischen Aufwand, Geschwindigkeit und erreichbarer Genauigkeit einer ADWandlung dar.

Dual-Slope-Wandler

Das auch Doppelflanken-Integrationsverfahren genannte ADW-Prinzip wird vor allem dort benutzt, wo hohe Auflösung mit geringem technischen Aufwand erzielt werden soll und die Geschwindigkeit der Wandlung nur eine untergeordnete Rolle spielt, wie z. B. bei manuell ablesbaren digitalen Spannungsmessern.

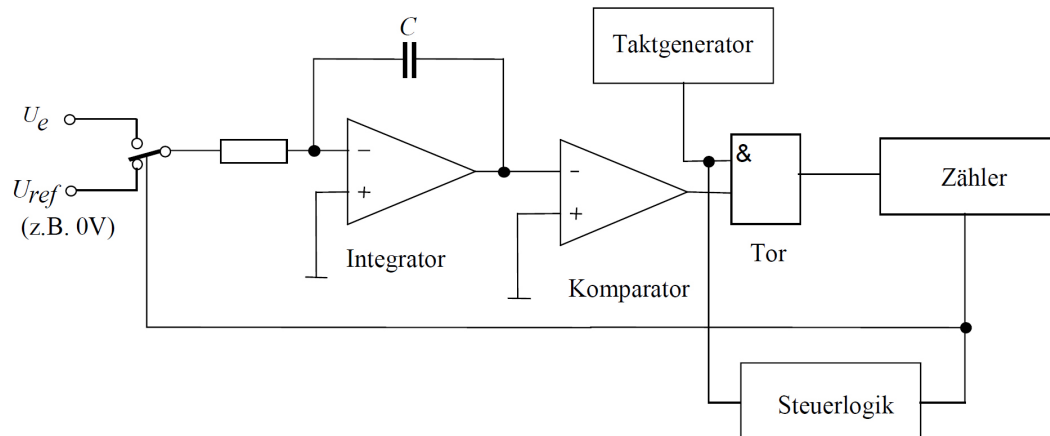


Abbildung 9.7: Blockschaltbild des Dual-Slope-Wandlers

Anhand des Blockschaltbildes und des Zeitdiagramms in den Bildern 9-7 und 9-8 soll auch für dieses Wandlerprinzip eine kurze Funktionsbeschreibung gegeben werden.

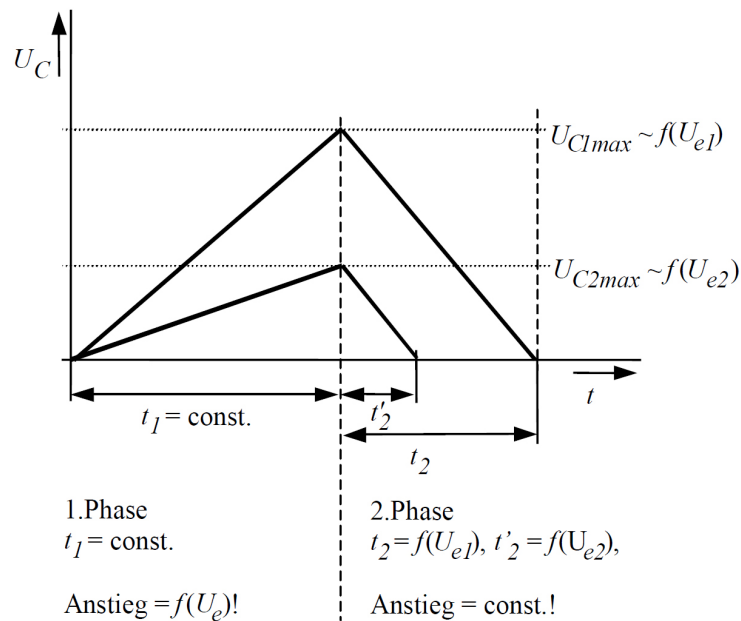


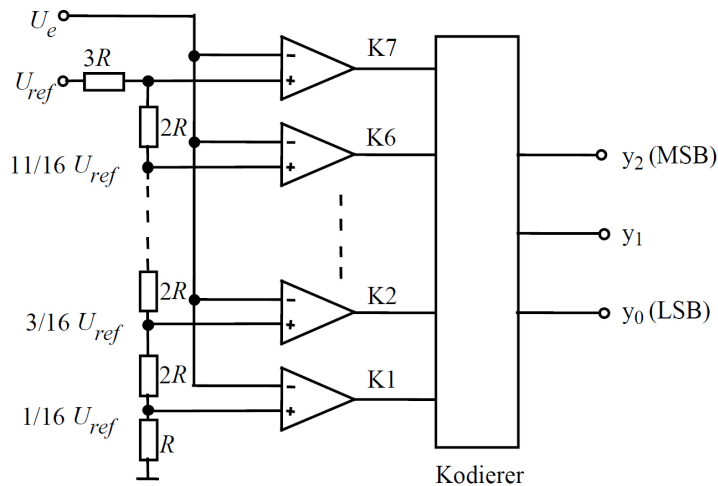
Abbildung 9.8: Dual-Slope-Wandler; Spannungs-Zeitdiagramm für zwei verschiedene Eingangsspannungen, $U_{e1} > U_{e2}$

In der ersten Phase der Wandlung erfolgt ein Aufladen des Integrationskondensators C mit einem von der zu digitalisierenden Eingangsspannung U_e **abgeleiteten Strom** über eine **konstante Zeit t_1** . Nach t_1 ergibt sich eine Spannung U_C über C und damit am Ausgang des Integrators, die proportional U_e ist. Anschließend wird in der zweiten Phase der Kondensator mit einem von der Referenzspannung abgeleiteten **Konstantstrom** wieder entladen. Die dafür benötigte **Zeit t_2** hängt von U_C ab, woraus $t_2 = f(U_e)$, bzw. auch $(t_1 + t_2) = f(U_e)$ folgt. Mittels des Komparators wird nun das Tor für die Zählimpulse für diese U_e -proportionale Zeit t_1 , bzw. $(t_1 + t_2)$ geöffnet, so dass sich ein der Ausgangsspannung proportionaler Zählerstand ergibt. Bei geschickter Wahl der zeitbestimmenden Größen (Kapazität, Widerstand, Referenzspannung und Taktfrequenz) kann eine Anzeige generiert werden, die unmittelbar die zu messende Spannung durch einen Zahlenwert beschreibt.

Durch die faktische **Quotientenbildung** infolge der Auf- und Abintegration mit denselben zeitbestimmenden Bauelementen, ist die Konstanz der Parameter für die genauigkeitsbestimmenden Bauelemente eines Dual-Slope-Wandlers nur über die Zeit der vollständigen Wandlung erforderlich, i. Allg. ist diese Zeit viel kleiner als 1 s. Eine **hohe Kurzzeitstabilität** von Bauelementeparametern ist technisch sehr gut beherrschbar und erlaubt somit eine große Genauigkeit der Wandlung nach diesem Prinzip bei vertretbarem Aufwand.

Parallel-AD-Wandler

Parallel-AD-Wandler stellen das schnellste Prinzip für die AD-Wandlung bereit, erfordern aber auch den **höchsten Schaltungsaufwand**. Für jede Schaltschwelle des ADW und damit für jeden darstellbaren Wert sind eine eigene Referenzquelle und ein separater Komparator vorzusehen, s. Bild 9-9.



n Bit Auflösung: Es werden $2^n - 1$ Komparatoren mit der erforderlichen Außenbeschaltung benötigt!

Abbildung 9.9: Blockschaltbild eines 3-Bit-Parallel-AD-Wandlers (Flash-A/D-Converter)

Je nach Eingangsspannung schalten unter Vernachlässigung von Schaltzeitdifferenzen zwischen den einzelnen Komparatoren alle die Komparatoren gleichzeitig, deren Referenzspannung kleiner als die zu digitalisierende Eingangsspannung U_e ist. Lediglich eine Umkodierung in einen üblichen Digitalcode, z. B. den Binärcode oder den BCD-Code, ist noch erforderlich. Im Ergebnis steht das digitale Äquivalent für die Eingangsspannung am Ausgang des Parallel- ADW zur Verfügung.

Vergleich der vorgestellten ADW

Zur Abrundung der vorangegangenen Ausführungen sollen die diskutierten A-D-Wandler- Prinzipien in einer Tabelle stichpunktartig gegenübergestellt werden. Aus den in dieser Tabelle genannten Eigenschaften der vorgestellten ADW lassen sich schon erste Anwendungen ableiten.

Es soll noch einmal ausdrücklich darauf hingewiesen werden, dass hier nur wenige ausgewählte ADW-Prinzipien angesprochen werden konnten, um das Verständnis für die technische Umsetzung der A-D-Wandlung und den daraus resultierenden Applikationsforderungen zu wecken. Ausführungen zu anderen ADW-Typen können in der zu diesem Thema reichhaltigen Fachliteratur nachgelesen werden.

ADW-Prinzip	Merkmale
ADW nach dem Prinzip der sukzessiven Approximation	1. Genauigkeit hängt von der Stabilität der Referenzspannung und von der Genauigkeit des internen DAU ab 2. Mittlere Genauigkeit erreichbar (Auflösung ≤ 12 Bit, entspricht $A_{rel} \geq 2,44 \cdot 10^{-4}$) 3. Wandlungszeiten im Mikrosekunden-Bereich erreichbar (Wandlungszeit ist Funktion der Auflösung!)
Dual-Slope-ADW	1. Bauteile müssen nur kurzzeitstabil in ihren Parametern sein 2. Hohe Genauigkeit erreichbar (Auflösung von 14...16 Bit, entspricht $A_{rel} \approx 6 \cdot 10^{-5} \dots 1,5 \cdot 10^{-5}$) 3. Lange Wandlungszeit (2...10 Messungen pro Sekunde)
Parallel-ADW	1. Genauigkeit hängt von der Stabilität der Referenzspannung und der Genauigkeit des internen Widerstandsnetzwerkes ab 2. Aus Aufwandsgründen nur geringe Genauigkeit erreichbar (Auflösung ≤ 8 Bit, entspricht $A_{rel} \geq 4 \cdot 10^{-3}$) 3. Wandlungszeiten im Nanosekundenbereich erreichbar

Tabelle 9.3: Ausgewählte Merkmale der diskutierten ADW

9.2 Verarbeitung und Ausgeben

In der Messtechnik bedeutet (Messsignal-) Verarbeiten

- das **Komprimieren** der Messinformationen,
- das **Ermitteln interessierender Parameter** aus den Messinformationen, z. B. Bestimmung von Mittelwerten, Korrelationen u.ä., um Reaktionen auf das Messergebnis zu ermöglichen und
- das **Visualisieren** von Messinformationen, um sie einer schnellen und möglichst fehlerfreien Erfassung durch den Menschen zugänglich zu machen.

Hierzu existieren eine Vielzahl von Programmsystemen auf dem Markt, die diese Aufgabenstellung in Verbindung mit rechnergesteuerten Messsystemen sehr komfortabel lösen können. Im letzten Abschnitt wird darauf noch eingegangen.

Das Ausgeben von Messinformationen ist sowohl zur Anzeige für die Erfassung durch den Menschen, als auch als Steuerinformation bzw. Steuersignal in automatisierten Prozessen erforderlich.

Die Ausgabe zu Anzeigezwecken soll ein schnelles und/oder genaues Erfassen der Messinformation durch den Menschen ermöglichen. Sie kann in Form eines Ziffernwertes oder eines analogen Zeigerausschlags erfolgen. Im einfachsten Fall realisiert die Anzeige eines Zeigerinstruments eine Messwertausgabe. Allerdings stehen in modernen, rechnerbasierten Messsystemen Möglichkeiten offen, die Anzeige den physiologischen Eigenheiten des Menschen anzupassen. Zu diesen Eigenheiten gehört beispielsweise die Fähigkeit Zeigeranzeigen bzw. Balkenlängen wesentlich schneller quantitativ erfassen zu können als mehrstellige Ziffernanzeigen. Aus diesem Grund wird an Arbeitsplätzen, wo in kurzer Zeit eine Vielzahl von Messwerten überblicksmäßig zu erfassen sind, auf **analoge** bzw. **quasianaloge Anzeigen** orientiert, z. B. im Flugzeugcockpit oder in der Kraftwerkswarte. Unter quasianaloge Anzeige versteht man eine mit digitalen Mitteln erzeugte analog aussehende Messwertausgabe auf grafischen

Displays. Ziffernanzeigen erlauben dagegen eine Erfassung des Messwertes mit theoretisch beliebig vielen Stellen der Maßzahl. Tabelle 9.4 zeigt eine zusammenfassende Gegenüberstellung beider Anzeigearten.

<i>analoge bzw. quasianaloge Anzeige</i>	<i>Ziffern- (Digital-) Anzeige</i>
realisiert mit: Zeigerinstrumente (mechanische oder mit Display emulierte) oder Leuchtband- bzw. Leuchtbalkenanzeige usw.	
• Schnelle Erfassung eines Messwertes • Erkennen von Trends der Messwertänderung möglich • Auflösung des Messwertes auf 2...3 Dezimalstellen beschränkt (erforderliche Digitalisierung, also die Zuordnung des Zeigerausschlags zu einer Messzahl führt der Mensch unbewusst selbst aus) • Integration schwankender Messwerte über die Trägheit des Auges in gewissen Grenzen möglich • bei mechanischen analogen Anzeigen sind Ablesefehler (Parallaxe) möglich.	• Messwerterfassung durch den Messenden zeitaufwendig • bei schwankender Anzeige unter Umständen kein Ablesen möglich • keine Ablesefehler infolge Parallaxe • hohe Auflösung des Messwertes durch den Messenden erfassbar (> 6 Dezimalstellen).

Tabelle 9.4: Merkmale der Analog- und der Digitalanzeige

Das Ausgeben einer verarbeiteten Messinformation als Steuerinformation bzw. Steuersignal in automatisierten Prozessen wird in Bild 9-1 durch die Aktorkette dargestellt. Hier soll auf eine nochmalige Skizzierung verzichtet werden. Stichpunktartig seien kurz die notwendigen Aktivitäten zur Ausgabe aufgezeigt:

- Digital-Analog-Wandeln des Signals,
- wenn notwendig, das Multiplexen des Signals, d. h. das Zuordnen zum geforderten Aktor, ein Aktor könnte z. B. ein Antrieb, eine Pumpe oder ein Ventil sein,
- Verstärken des Signals auf den vom Aktor geforderten Pegel und
- das Einwirken des Signals über den Aktor auf die Umwelt.

9.3 Verständnisfragen

1) Warum haben analoge bzw. quasianaloge Anzeige nach wie vor große Bedeutung bei der Realisierung von Messwertanzeigen?

Lösung:

Analoge bzw. quasianaloge Anzeigen lassen sich durch den Menschen visuell wesentlich schneller erfassen als Ziffernanzeigen.

Beispiele: Anzeigen in Kraftwerken, Großanlagen der chemischen Verfahrensindustrie, Cockpit im Flugzeug.

2) Nennen Sie Beispiele für in der Messtechnik anzuwendende Frequenzfilter und zugehörige Applikationen für die genannten Filter.

Lösung:

A. Hochpass-Filter, z. B. zur Unterdrückung von netzfrequenten Störspannungen, die eine Frequenz von typischerweise $f = 50 \text{ Hz}$ oder ein vielfaches davon besitzen (Störeinkopplung durch das Magnetfeld eines Netztransformators).

B. Tiefpass-Filter, z. B. zum Abblocken von Hochfrequenzeinstreuungen (Rundfunksender, Mobilfunktelefone usw.),

C. Bandpass-Filter, z. B. zur Begrenzung der Nutzbandbreite zwecks Verbesserung des Rausch-/Nutzsignalverhältnisses.

3) Für die Entwicklung eines digitalen Handmultimeters soll ein geeignetes AD-Wandler-Prinzip ausgewählt werden. Schlagen Sie ein Wandlerprinzip vor.

Lösung:

AD-Wandlerprinzip nach dem Dual-Slope-Verfahren.

Das Verfahren ist relativ langsam. Da der Mensch aber nur wenige Messwerte pro Zeiteinheit ablesen kann, ist das kein einschneidender Nachteil.

Differenzprinzip: Gleiche Schaltungsteile sind parameterbestimmend für die Aufintegrationsphase und für die Abintegrationsphase -> hohe Genauigkeit bei Kurzzeitstabilität der beteiligten Baugruppen (technisch relativ leicht zu erfüllen).

KAPITEL 10

Sensoren

Das Bindeglied zwischen der nichtelektrischen Umwelt und der modernen elektrischen Messtechnik stellen die Sensoren dar, die auch als Aufnehmer oder Fühler bezeichnet werden.

10.1 Klassifizierung und Grundstruktur

Sensoren lassen sich ohne Berücksichtigung ihres physikalischen Prinzips in **passive** und **aktive** Sensoren einteilen.

<i>passive Sensoren</i>	<i>aktive Sensoren</i>
• verändern ihre elektrischen Eigenschaften unter dem Einfluss einer nichtelektrischen physikalischen Größe (z. B. ein Widerstandssensor verändert seinen elektrischen Widerstand infolge einer Temperaturänderung, d. h. $T + \Delta T \Rightarrow R + \Delta R$) • benötigen zur Auswertung eine Hilfsenergie • hohe Genauigkeiten sind erreichbar	• Wandeln eine nichtelektrische physikalische Größe in eine elektrische Größe um (z. B. Beleuchtungsstärke in eine Spannung), physikalisch gesehen stellen sie Energiewandler dar • keine Hilfsenergie zur Auswertung erforderlich • oft nur geringe Genauigkeit erreichbar, vor allem bezüglich der Langzeitstabilität $\Rightarrow$ häufige Kalibrierung erforderlich

Tabelle 10.1: Merkmale von aktiven und passiven Sensoren

Die Bemerkung zu den aktiven Sensoren, sie benötigen keine Hilfsenergie zur Auswertung heißt natürlich nicht, dass eine komplexe Messeinrichtung auf der Basis eines aktiven Sensors keine Stromversorgung aus einer Energiequelle (Batterie oder Energienetz) benötigt. Es ist vielmehr damit gemeint, dass der Sensor die Energie, die er dem Messobjekt entzogen und in eine elektrische Energieform gewandelt hat, unmittelbar an die Messeinrichtung zur Messwertgenerierung bzw. Weiterverarbeitung abgeben kann.

<i>Sensor</i>	<i>einwirkende nichtelektrische Größe</i>	<i>beeinflusste elektrische Größe</i>
Potentiometer	Länge, Winkel	ohmscher Widerstand
Widerstandsthermometer	Temperatur	ohmscher Widerstand
Dehnungsmessstreifen	kleine Längenänderungen bzw. sie hervorrufoende Kräfte	ohmscher Widerstand
Fotowiderstand, -diode	Beleuchtungsstärke	ohmscher Widerstand
Induktive Sensoren	Länge, Winkel	Induktivität
Kapazitive Sensoren	Länge, Winkel	Kapazität

Tabelle 10.2: Beispiele für passive Sensoren

<i>Sensor</i>	<i>einwirkende nichtelektrische Größe</i>	<i>ausgegebene elektrische Größe</i>
Fotoelement	Beleuchtungsstärke	Spannung (Leerlaufbetrieb) oder Strom (Kurzschlussbetrieb)
Thermoelement	Temperaturdifferenz zwischen zwei Messpunkten	Spannung
Piezokristall	Druck	Ladungsmenge, bzw. Spannung über Kondensator

Tabelle 10.3: Beispiele für aktive Sensoren

Die technische Umsetzung eines Sensorprinzips ist i. Allg. auf der Basis der in Bild 10-1 gezeigten Grundstruktur zu realisieren. Es fällt die Unterscheidung zwischen Sensor und Sensorelement auf. In der messtechnischen Literatur wird diese Unterscheidung nicht immer eindeutig gemacht, auch in Firmenunterlagen wird als Sensor häufig das komplette System bezeichnet, welches auf ein nichtelektrisches Signal aus der Umwelt mit einem einfach zu übertragenden elektrischen Signal reagiert, wie z. B. einem Spannungs- oder Stromsignal. Die für die Sensorik erforderliche Beeinflussung der elektrischen Eigenschaften durch nichtelektrische physikalische Größen erfolgt aber nur im mit Sensorelement bezeichneten Teil des Sensors. Hier soll die Unterscheidung zwischen Sensorelement und Sensor ebenfalls nur an den Stellen ausdrücklich herausgestellt werden, wo es zum Verständnis der Darlegungen unbedingt notwendig ist.

In dem mit Messumformer bezeichneten Block in Bild 10-1 ist eine geeignete Messschaltung vorzusehen. Es werden auf der Basis der in Abschnitt 8 erläuterten elektrischen Messverfahren elektrische Signale gewonnen, auf denen die Messinformation aufgeprägt ist in Form eines Frequenz-, Spannungs- oder Stromparameters.

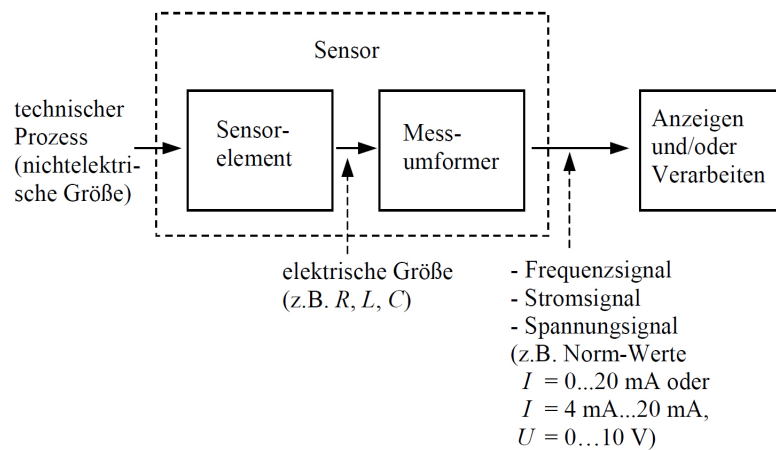


Abbildung 10.1: Grundstruktur eines passiven Sensors

In der modernen Messtechnik arbeitet man oft auch mit **Sensorbaugruppen**, die zur Steuerung der Messwertaufnahme und einer möglichen Vorverarbeitung der gewonnenen Messinformationen mit einem eigenen Mikrocontroller ausgerüstet sind, häufig als „**intelligente**“ Sensoren bezeichnet. Die Verbindung zum eigentlichen Messwertverarbeitungs- und -anzeigesystem erfolgt dann zweckmäßigerweise mit einer so genannten digitalen Schnittstelle.

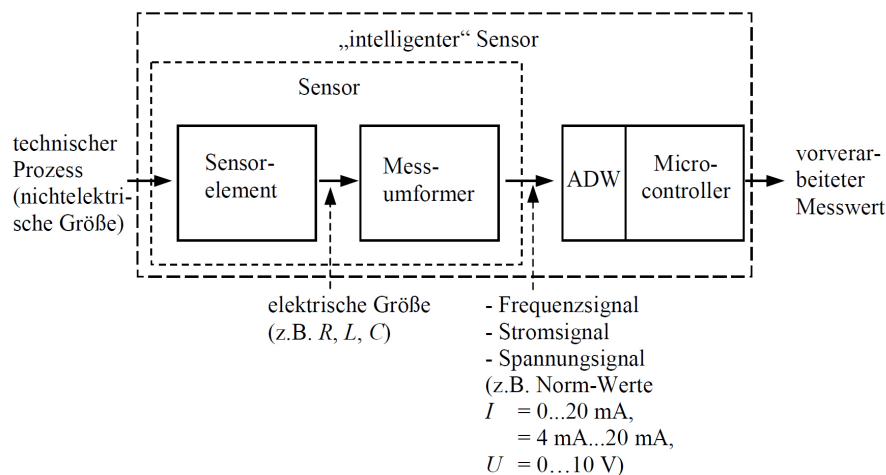


Abbildung 10.2: Struktur eines Sensors mit Mikrocontroller

Die Behandlung ausgewählter Sensoren, ihre Wirkprinzipien, erreichbare Parameter und typische Anwendungen wird in den nachfolgenden Kapiteln ausgeführt.

10.2 Sensoren zur Messung geometrischer Größen

Aufgabe dieser Sensoren ist die Erfassung der gegenseitigen Position zweier Körper bzw. zweier Grenzflächen in Ebene oder Raum oder die Erfassung der Verlagerung eines Körpers bzw. einer Grenzfläche in der Ebene oder im Raum. Bei der Verlagerung sind zwei Arten zu unterscheiden. Erstens die **translatorische**, sie kann mit Weg- (Längen-) Sensoren erfasst werden. Zweitens die **rotatorische** Verlagerung, sie wird mit Winkel-Sensoren bewertet. Zur Messung von Winkel und Länge existieren eine Vielzahl von Sensoren. Es kann im Folgenden nur eine Auswahl vorgestellt werden.

Inkrementale Sensoren

Inkrementale Sensoren gehören zu den direkt digitalen Sensoren, d. h. sie stellen als Messwert unmittelbar einen digitalen Wert zur Verfügung, der das Ergebnis eines Zählvorganges ist. Eine AD-Wandlung ist nicht erforderlich. In der Bild 10-3 wird das grundsätzliche Prinzip gezeigt.

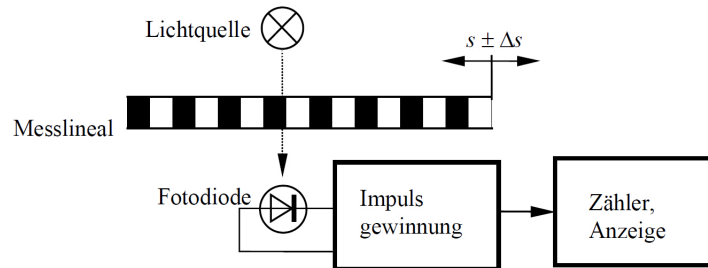


Abbildung 10.3: Grundidee des inkrementalen Sensors

Laserinterferometer

Das Laserinterferometer ist eine Präzisionsmesseinrichtung auf der Basis des inkrementalen Messprinzips, siehe Bild 10-6. Voraussetzung für sein Funktionsprinzip ist kohärentes, monochromatisches Licht mit der Wellenlänge λ , wie es ein Laser bereitstellen kann. Der Laserstrahl gelangt auf einen halbdurchlässigen Spiegel, der den Strahl auf einen beweglichen und einen festen Reflektor ablenkt. Beide Strahlen treffen auf den halbdurchlässigen Spiegel im Punkt Z wieder zusammen, überlagern sich und das Überlagerungsergebnis kann im Fotodetektor analysiert werden. Zwei Extremfälle der Überlagerung lassen sich unterscheiden:

1. Beide Lichtstrahlen treffen in gleicher Phasenlage der Lichtwelle aufeinander, es resultiert eine **Lichtverstärkung** aufgrund der Addition der Momentanwerte der Lichtwellen beider Strahlen, das bedeutet eine Helligkeitszunahme ist erkennbar.
2. Beide Lichtstrahlen haben infolge der Lageveränderung des beweglichen Spiegels und der damit einhergehenden Veränderung der Weglänge für den Lichtstrahl, der über den beweglichen Spiegel reflektiert wird, im Auftreffpunkt eine Phasenverschiebung um die halbe Wellenlänge $\lambda/2$. Es resultiert eine **Auslöschung** aufgrund der Subtraktion der Momentanwerte der Lichtwellen beider Strahlen. Erkennbar ist eine deutliche Helligkeitsabnahme.

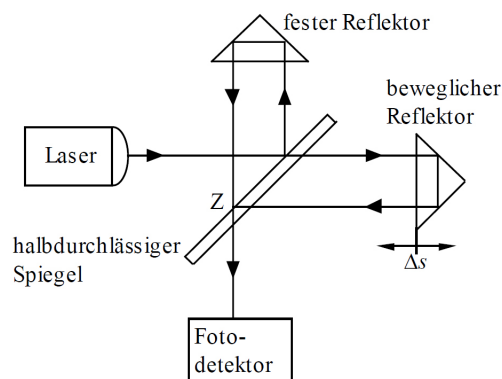


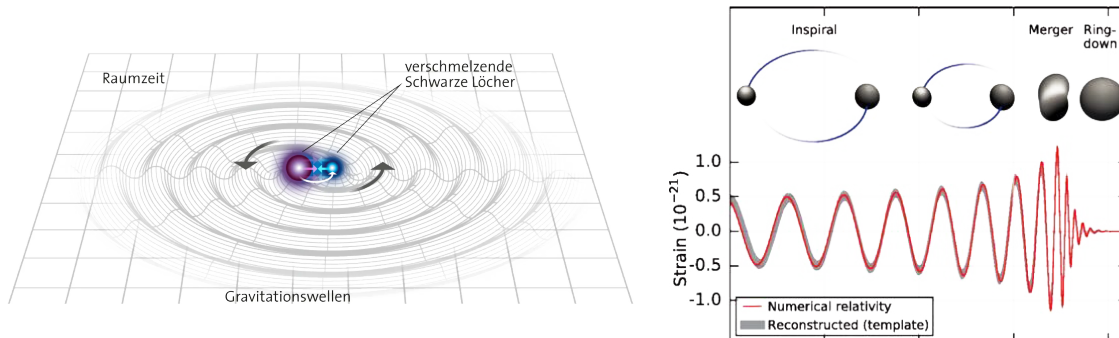
Abbildung 10.4: Stark vereinfachtes Prinzip des Laserinterferometers

Wird der bewegliche Reflektor kontinuierlich bewegt, lassen sich im Ergebnis der skizzierten Extremfälle Hell-Dunkelphasen mit dem Abstand von einem Viertel der Wellenlänge λ des verwendeten Laserlichts, nachweisen. Der Lichtstrahl muss den Weg Spiegel - Reflektor zweimal zurücklegen, deshalb ruft die Bewegung des Reflektors um $\lambda/4$ schon den Übergang von maximaler zu minimaler Lichtstärke am Fotodetektor hervor, eine volle Hell-Dunkelphase am Fotodetektor wird durch die Lageveränderung des Reflektors um $\lambda/2$ verursacht. Bei der Bewegung des Reflektors entstehen somit im Abstand $\lambda/2$ Helligkeitsmaxima, die mit dem Fotosensor registriert und anschließend gezählt werden können. Die Größe einer ausgeführten Abstandsänderung Δs ergibt sich dann aus der Zahl N der registrierten Helligkeitsmaxima und der Wellenlänge λ des verwendeten Lichtes:

$$\Delta s = N \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (10.1)$$

Mit einer Wellenlänge des Laserlichts von ca. 650 nm kann ein Laserinterferometer somit eine Auflösung von 325 nm realisieren. Das ist eine Größenordnung, bei der höchste Ansprüche an die mechanische Stabilität der Messeinrichtung und Temperaturkonstanz der Messräume gestellt werden müssen. Entsprechend aufwendig und damit kostenintensiv ist die Herstellung und auch das Betreiben eines Laserinterferometers.

Beispiel: Messung von Graviatationswellen.



Gravitationswellenobservatorium LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Detector) besteht aus zwei jeweils vier Kilometer langen interferometrischen Gravitationswellendetektoren in den USA. Ein Detektor befindet sich in Hanford, Washington, der andere rund 3000 km entfernt in Livingston, Louisiana.

Der europäische Detektor VIRGO ist ein französisch-italienischer Gravitationswellendetektor, dessen Kernstück ein Interferometer mit je drei Kilometer langen Armen ist.

Durchquert eine Gravitationswelle das Observatorium, ändern sich die relativen Längen der Arme des Interferometers: Ein Arm oder beide Arme können sich (um

unterschiedliche Beträge) verlängern oder verkürzen. Das ruft eine Phasenverschiebung der beiden Teilwellen des Laserlichtes hervor und deren Interferenz ändert die Intensität des gemessenen Lichtes.

Die Observatorien sind in der Lage, einen relativen Unterschied der beiden Armlängen von 10^{-22} zu messen. Das entspricht etwa einem Tausendstel eines Protonenradius.

Die Messtechnik reagiert sehr empfindlich sowohl auf äußere Einflüsse wie Bewegungen im Erdreich (Erdbeben, Wellen an entfernten Stränden), wetterbedingte Auswirkungen (Wind), Straßenverkehr als auch auf interne Einflüsse wie thermische Bewegungen der Atome in den Spiegeln, in den Tunneln gestreutes Licht usw. Die Aufgabe der Datenanalysten ist es unter anderem, ein Gravitationssignal aus diesen Störeffekten herauszufiltern.

Potentiometrische Sensoren

Sensoren auf der Basis von Schiebe- (bzw. Linear-) und Drehpotentiometern, d. h. von Widerständen mit einem veränderbaren Abgriff, dem Schleifer, lassen sich für unterschiedlichste Applikationen der Weg- und Winkelmessung anwenden. Die überstreichbaren Messbereiche bei der Messung mit Linearpotentiometer bewegen sich in der Größenordnung von 1...2 mm bis in den Bereich von 1...2 m. Mit Drehpotentiometer können Winkel von 0° bis ca. 350° erfasst werden.

Linearpotentiometer verwendet man z. B. als Messtaster und zur Wegmessung bei Maschinentischen, Drehpotentiometer kommen bei der Winkelmessung z. B. zum Erfassen der Gelenkwinkel bei Industrierobotern oder der Stellung von Klappen und Ventilen zum Einsatz.

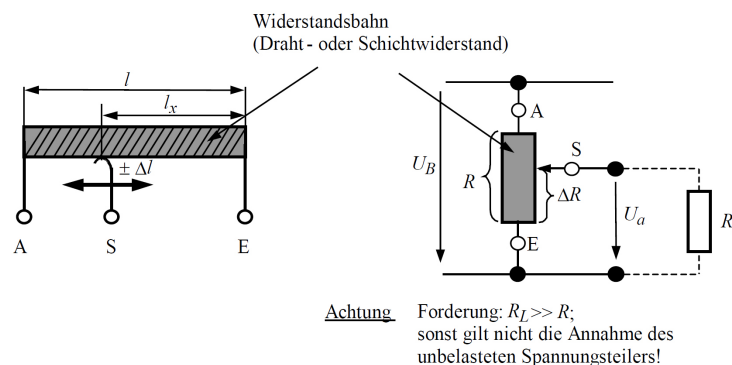


Abbildung 10.5: Wirkprinzip des potentiometrischen Sensors und elektrisches Schaltbild

In Bild 10-5 ist der Zusammenhang zwischen dem mit dem Schleifer S abgreifbaren Widerstand ΔR und der zu messenden Länge l_x gut zu erkennen. Sinngemäß sind diese Überlegungen auf ein Drehpotentiometer zur Winkelmessung zu übertragen. Für den unbelasteten potentiometrischen Sensor, elektrisch betrachtet dem unbelasteten Spannungsteiler, gilt:

$$\frac{U_a}{U_B} = \frac{\Delta R}{R} = \frac{l_x}{l},$$

nach Umstellen folgt für die Ausgangsspannung U_a :

$$U_a = U_B \cdot \frac{\Delta R}{R} = U_B \cdot \frac{l_x}{l}, \quad (10.2)$$

Mit Sensoren dieser Art sind Genauigkeiten von $< 1\%$ des Messbereichsendwertes erreichbar. Allerdings muss die dem Widerstand proportionale Spannung U_a unbedingt annähernd belastungsfrei vom Potentiometer abgegriffen werden, weil nur für den unbelasteten Spannungsteiler die aufgeführte Gl. 10.2 gilt. Das ist in guter Näherung der Fall, wenn der Lastwiderstand R_L mindestens 50 mal größer als der Widerstand R des Potentiometers ist. Wenn man übliche Widerstandswerte für potentiometrische Sensoren von $1\text{ k}\Omega \dots 5\text{ k}\Omega$ annimmt, ist diese Bedingung mit elektronischen Messschaltungen, d. h. elektronischen Spannungsmessern, problemlos erreichbar.

Potentiometrische Sensoren werden vorwiegend als Drahtwiderstände ausgeführt, mit denen sich sehr robuste Sensoren für den professionellen Alltag realisieren lassen. Bei kompaktem Aufbau mit gleichmäßiger Wärmeverteilung innerhalb des Sensors erreichen solche Sensoren infolge der Quotientenbildung $\Delta R/R$ einen **Temperaturbeiwert** T_K von $< 1,5\text{ ppm}$, obwohl der Widerstandsdraht selbst einen TK von mehr als 200 ppm besitzen kann. Das Kürzel ppm steht für "part per million" und entspricht dem Faktor 10^6 .

Als Schichtwiderstände ausgeführte Sensoren findet man in abgesetzten batteriebetriebenen Sensorbaugruppen, bei denen im Interesse einer kleinen Verlustleistung ein hoher Sensorwiderstand gefordert wird. Schichtwiderstände sind zwar mechanisch wesentlich empfindlicher, jedoch ist der sich ergebende Strom durch das Potentiometer in Abhängigkeit von der Betriebsspannung U_B entsprechend klein und demzufolge auch die sich ergebende Leistungsaufnahme.

Induktive Sensoren

Das Prinzip der induktiven Sensoren beruht darauf, dass die Induktivität L einer Spulenanordnung eine Funktion geometrischer Größen ist, wie z. B. der Länge l der magnetischen Feldlinien und des Querschnittes A , der von den Feldlinien durchsetzt wird. Weiterhin bestimmen noch die Anzahl der Windungen der Spule N und die **Permeabilität** μ des von den Feldlinien durchsetzten Mediums die sich ergebende Induktivität, allgemein gilt:

$$L = f(N, \mu_r, A, l)$$

Mit μ_r wird die relative Permeabilität gekennzeichnet. Sie ist materialabhängig und wird oft auch als Permeabilitätszahl bezeichnet.

Die Induktivität einer Ringspule bzw. einer langen Zylinderspule kann konkret berechnet werden nach der Beziehung:

$$L = \frac{N^2 \cdot \mu \cdot A}{l} \quad (10.3)$$

wobei für die Permeabilität μ gilt:

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0.$$

Die absolute Permeabilität μ_0 ist eine Naturkonstante, $\mu_0 = 1,2566 \cdot 10^{-12}\text{ Fm}^{-1}$. Die Induktivität lässt sich also z. B. durch Änderung der Weglänge für die magnetischen Feldlinien beeinflussen, was für Längenmessungen genutzt wird. Für industriell hergestellte induktive Sensoren gibt der Hersteller diesen Zusammenhang im Datenblatt an.

Das Funktionsprinzip eines berührungslosen induktiven Sensors, bei dem die Induktivitätsänderung aus der Annäherung des Sensors an einen ferromagnetischen Gegenstand, z. B. Stahl, resultiert und die zugehörige Übertragungskurve:

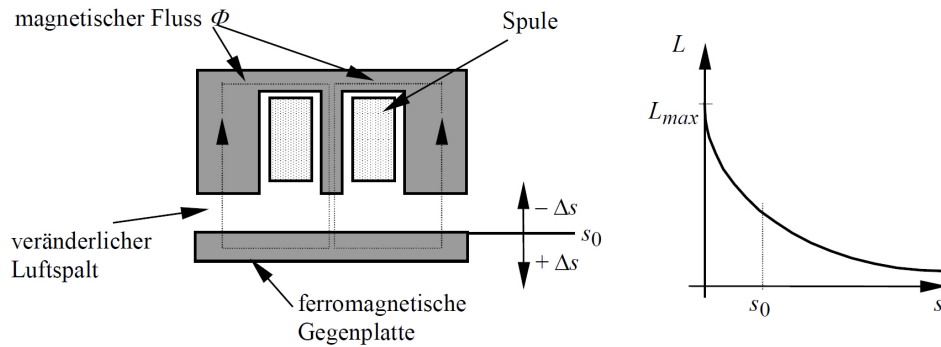


Abbildung 10.6: Berührungsloser induktiver Wegsensor und seine Übertragungskurve

Die Übertragungskurve zeigt deutlich den nichtlinearen Zusammenhang zwischen dem Abstand s und der sich ergebenden Induktivität L , nur bei kleinen Abstandsänderungen Δs kann der genutzte Abschnitt der Übertragungskurve als linear angesehen werden. Auch nimmt die Induktivität des Sensors mit zunehmendem Abstand stark ab. Deshalb sind solche Sensoren nur für kleine Grundabstände s_0 und kleine Wegänderungen Δs um diesen Grundabstand geeignet. Übliche Messwege liegen bei ca. 1 mm. Einige Herstellerfirmen propagieren auch Messwege bis 10 mm. Dann nimmt aber die Empfindlichkeit des Sensors stark ab und die Störempfindlichkeit gegen externe Magnetfelder von im Einflussbereich liegenden stromdurchflossenen Leitern nimmt stark zu.

Berührungslose induktive Sensoren werden zur dynamischen Wegmessung von bewegten Messobjekten eingesetzt, z. B. zur Ermittlung der Verlagerung von Drehmaschinenspindeln bei Belastung oder zum Erfassen und Analysieren von Schweißfugen und Blechkanten beim Roboterschweißen.

Kapazitive Sensoren

Mit kapazitiven Sensoren kann eine berührungslose und weitgehend rückwirkungsfreie Messung durchgeführt werden, da auftretende elektrostatische Kräfte sehr gering sind. Informationsträger sind die elektrischen Ladungen auf dem Kondensator. In der Praxis werden einfache Formen von Ladungsspeichern verwendet:

- Plattenkondensator,
- Zylinderkondensator,
- Stabkondensator.

Bei diesen Sensoren wird die Tatsache ausgenutzt, dass die Kapazität C eines Kondensators nur eine Funktion seiner geometrischen Abmessungen, Fläche A und Abstand l und der Dielektrizitätskonstanten ε ist und somit durch die Bestimmung der Kapazität Rückschlüsse auf Veränderung dieser Geometrie oder des Dielektrikums möglich sind:

$$C = f(\varepsilon, A, l) \text{ mit } \varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r.$$

Hierbei sind $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Fm}^{-1} \frac{\text{As}}{\text{VM}}$ die absolute Dielektrizitätskonstante und ε_r die relative Dielektrizitätskonstante; sie ist materialabhängig und wird häufig auch als Dielektrizitätszahl bezeichnet.

Die Veränderung der Kapazität kann über die Bildung des totalen Differentials für die Kapazität und den Übergang zu endlichen Differenzen allgemeingültig beschrieben werden:

$$\Delta C = \frac{\delta C}{\delta l} \Delta l + \frac{\delta C}{\delta A} \Delta A + \frac{\delta C}{\delta \varepsilon_r} \Delta \varepsilon_r. \quad (10.4)$$

Dabei steht Δl für die Abstandsänderung, ΔA für die Größenänderung der wirksamen Kondensatorfläche und $\Delta \varepsilon_r$ für die Änderung der Eigenschaften des wirksamen Dielektrikums. Man beachte dabei, dass das totale Differential in der angegebenen Form nur für kleine Δ -Werte gilt, s. auch die Bemerkungen zur Behandlung von Abweichungen.

Die in der Messpraxis üblichen Sensorformen sind in Tabelle 10.4 aufgeführt. Es sind auch die Parameter der jeweiligen Sensorform angegeben, durch welche die Kapazität beeinflusst werden kann.

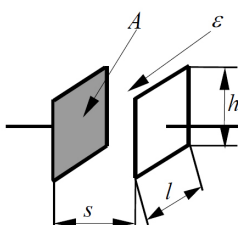
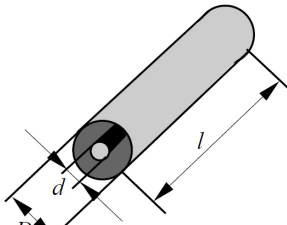
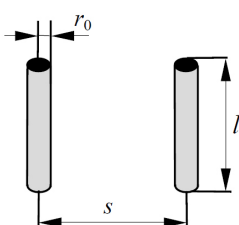
	Plattenkondensator	Zylinderkondensator	Stabkondensator
			
Berechnungsformel	$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{s}$ mit $A = h \cdot l$	$C = \frac{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r l}{\ln \frac{D}{d}}$	$C = \frac{\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r l}{\ln \left[\frac{s}{2r_0} + \sqrt{\left(\frac{s}{2r_0} \right)^2 - 1} \right]}$ $C \approx \frac{\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r l}{\ln \frac{s}{r_0}} \text{ für } s \gg r_0$
Zur Kapazitätsänderung ausgenutzte Eigenschaften	- Abstand s - Dielektrikum ε_r - wirksame Fläche A	- wirksame Kondensatorlänge l - Dielektrikum ε_r	Dielektrikum ε_r

Tabelle 10.4: Ausführungsformen für kapazitive Sensoren mit ihren Beeinflussungsmöglichkeiten

Einige Besonderheiten von kapazitiven Sensoren seien noch genannt.

- Kapazitive Sensoren sind häufig **konstruktiver Bestandteil** einer Fertigungseinrichtung bzw. Gefäßanordnung, so dass auf dem Markt nur relativ wenige kapazitive Sensoren als Finalerzeugnis angeboten werden. Oftmals wird die elektrische Kapazität vorhandener Konstruktionsteile zum Aufbau des Sensors mit ausgenutzt. Typisches Beispiel hierfür sind Füllstandssensoren, bei denen der metallische Behälter für eine nichtleitende Flüssigkeit, die eine Elektrode

und ein metallischer Mittelstab die zweite Elektrode eines Zylinderkondensators bilden und die Gesamtanordnung eine vom Füllstand abhängige Kapazität besitzt (s. Bild 10-7).

- Die sich ergebende Kapazität C des Sensors liegt in der Größenordnung von einigen 10 pF bis wenigen 100 pF. Um mit diesen geringen Kapazitätswerten gut auswertbare Messsignale (i. Allg. Strom oder Spannung) zu erhalten, muss die Messschaltung mit einer hohen Messfrequenz, bis 1 MHz oder auch noch darüber, betrieben werden. Erst bei diesen hohen Frequenzen ergeben auch kleine Kapazitäten für die Auswertung ausreichend kleine Blindwiderstände X_C .
- Nur wenn die Verluste des Kondensators möglichst klein sind, ergibt sich ein scharfes Minimum beim Brückenabgleich, bzw. die Strom-Spannungsmessung liefert einen Betrag des Scheinwiderstands Z , der in guter Näherung X_C entspricht und damit repräsentativ für die Kapazität des Kondensators ist. Es muss deshalb ein Dielektrikum mit großem elektrischen Widerstand und geringen Polarisationsverlusten zwischen den Elektroden des Kondensators gefordert werden.
- Da kapazitive Sensoren eine hohe Impedanz in einer Messschaltung realisieren, ist die Gefahr der Einkopplung von Störgrößen bei diesen Sensoren sehr groß. Zur Minimierung von Verfälschungen des Messergebnisses sind deshalb unbedingt geeignete Abschirmmaßnahmen vorzusehen.

Neben der Veränderung der Kapazität durch Abstandsänderung der sich gegenüberstehenden Kondensatorelektroden, sind **Veränderung des wirksamen Dielektrikums**, s. Bild 10-7, und die Veränderung der wirksamen Kondensatorfläche häufig genutzte Beeinflussungsvarianten. Beiden Varianten ist gemeinsam, dass die üblichen Sensorformen entsprechend Tabelle 10.4 zu mathematisch identischen Bestimmungsgleichungen für den Zusammenhang zwischen der nichtelektrischen Größe und der resultierenden Kapazitätsänderung führen. Lediglich unterschiedliche Konstanten, in denen die konstruktiven Besonderheiten der jeweiligen Sensorform berücksichtigt werden, sind zu beachten.

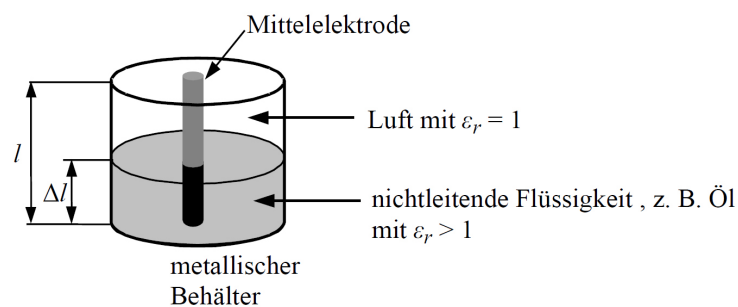


Abbildung 10.7: Beispiel für eine kapazitive Füllstandsmessung

10.3 Sensoren zur Kraftmessung

Zur elektrischen Messung von Kräften gibt es mehrere Möglichkeiten, von denen zwei beschrieben werden sollen. Einerseits können Kräfte über die Verformung mechanisch bekannter Objekte gemessen werden, andererseits bietet sich die Ladungsverschiebung infolge der Kraftwirkung auf ein Piezokristall zur Bestimmung von Kräften mit elektrischen Messmethoden an.

Kraftmessung mit Dehnungsmessstreifen

Unter Dehnungen versteht man in der Messtechnik kleine Längenänderungen, die infolge von Erwärmung bzw. Krafteinwirkung an festen Körpern auftreten. Gelingt es die Temperatur des Körpers konstant zu halten, wird die Dehnung nur durch eine Kraftwirkung verursacht, auf die dann aus der ermittelten Dehnung geschlossen werden kann. Bei Verwendung elektrisch leitfähiger Körper, vorzugsweise aus Metall oder Halbleitermaterial bestehend, kann ein Sensor zur elektrischen Messung der Dehnung bzw. der sie verursachenden Kraft konstruiert werden.

Als Sensoren werden so genannte **Dehnungsmessstreifen, DMS**, verwendet. Diese bestehen aus einem Widerstandsmaterial (Halbleiter oder metallische Folie oder Draht, zumeist aus Konstantan oder einer Chrom-Nickel-Legierung), das auf einen Träger aufgebracht ist, s. Bild 10-8. Der DMS muss innig mit dem kraftbelasteten Körper verbunden werden, meist durch eine Verklebung mit Epoxidharz, so dass er jeder Längenänderung des Körpers auch erfährt.

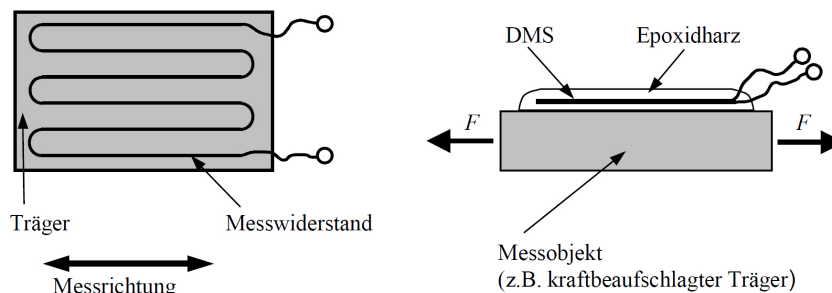


Abbildung 10.8: Dehnungsmessstreifen (DMS) und ein Anwendungsbeispiel

Der Zusammenhang zwischen Längenänderung und daraus resultierender Widerstandsänderung zeigt sich an einem metallischen Leiter in Drahtform wie folgt: Für einen kreisförmigen Querschnitt des Drahtes bestimmt sich der Widerstand R in Abhängigkeit von Material und Geometrie des Drahtes zu:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} = \rho \cdot \frac{l \cdot 4}{\pi \cdot d^2} \quad (10.5)$$

mit:

ρ = spezifischer Widerstand des Drahtes,

l = Länge des Drahtes

A = Querschnittsfläche des Drahtes und

d = Durchmesser des Drahtes bei kreisförmigem Querschnitt

Die Widerstandsänderung ΔR infolge der Dehnung kann über das totale Differential der Gl. 10.14 abgeschätzt werden. Da nur kleine Änderungen vorliegen, ist der Übergang zu endlichen Differenzen zulässig:

$$\Delta R = \frac{\delta R}{\delta \rho} \Delta \rho + \frac{\delta R}{\delta l} \Delta l + \frac{\delta R}{\delta d} \Delta d,$$

nach einigen Umstellungen und der Einführung des k -Faktors entsprechend den noch zu erläuternden Beschreibungen, kommt man zu der Gleichung für die relative Widerstandsänderung infolge Dehnung:

$$\frac{\Delta R}{R} = \varepsilon \cdot k, \quad (10.6)$$

als Produkt aus der relativen Längenänderung (Dehnung) $\varepsilon = \Delta l / l$ und dem k -Faktor, der letztlich die Empfindlichkeit des DMS charakterisiert.

<i>Kenngroße</i>	<i>Metall-DMS</i>	<i>Halbleiter-DMS</i>
Nennwiderstand R	120Ω...600Ω	120Ω...600Ω
k -Faktor	2	100...160
Arbeitsbereich der Dehnung ε	$< 10 \cdot 10^{-3}$ m/m	$< 1 \cdot 10^{-3}$ m/m
max. zulässige Dehnung ε_{max}	$< 50,0 \cdot 10^{-3}$ m/m	$< 5,0 \cdot 10^{-3}$ m/m
Temperaturkoeffizient	10^{-6} K^{-1}	$< 10^{-4} \text{ K}^{-1}$

Tabelle 10.5: Ausgewählte typische Parameter von DMS

Die relative Widerstandsänderung kann mittels Brückenschaltung oder Strom-, Spannungsmessung unter Anwendung der 2- bzw. 4-Draht-Messung ausgewertet werden. Bei geeignetem Aufbau lässt sich insbesondere mit Brückenschaltungen eine weitgehend **temperaturkompensierte** Messschaltung aufbauen. Da DMS rein ohmsche Widerstände realisieren, ist die Gleichstrombrücke hinreichend. In Verbindung mit höchsten Genauigkeitsforderungen kommen auch Trägerfrequenzmessgeräte zum Einsatz, deren Kern die Wechselstrommessbrücke ist. Folgende Brückenvarianten werden in Verbindung mit DMS benutzt:

DMS-Viertelbrücke:

Sie wird in Applikationen entsprechend Bild 10-9 angewendet. Es wird nur ein DMS zur Messwertgewinnung eingesetzt.

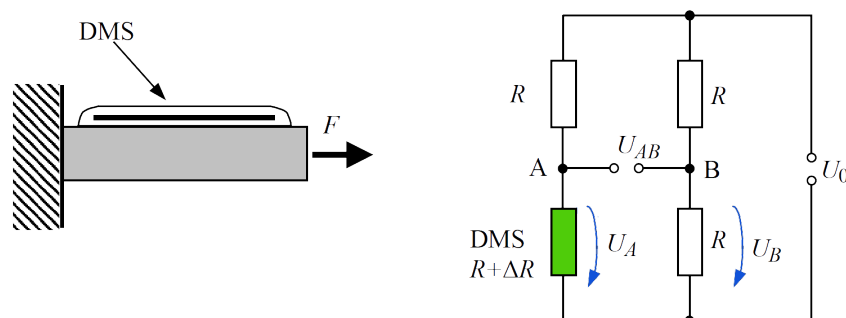


Abbildung 10.9: DMS-Viertelbrücke, Messaufbau und Messschaltung

Die Brücke wird im **Ausschlagverfahren** betrieben, die sich ergebende Ausgangsspannung U_{AB} als Funktion der zu messenden Dehnung ε lässt sich ableiten. Die Ausgangsspannung entspricht der Spannungsdifferenz zwischen den Punkten A und B:

In der Praxis vorkommende Dehnungen können nur kleine Widerstandsänderungen hervorrufen, es gilt:

$R \gg \Delta R$ woraus folgt:

$$U_{AB} \approx \frac{U_0}{4} \cdot \frac{\Delta R}{R} = \frac{U_0}{4} \varepsilon \cdot k \quad (10.7)$$

Größtes messtechnisches Problem der Viertelbrücke ist das unmittelbare Eingehen temperaturabhängiger Widerstandsänderungen in das Messergebnis. Um speziell bei der Messung kleiner Dehnungen aussagekräftige Messwerte zu erzielen, ist unbedingt eine **Temperaturkompensation** erforderlich. Bewährt haben sich Schaltungen mit so genannten passiven DMS.

Mit passiv bezeichnet man einen DMS, der möglichst gleichen Temperaturbedingungen wie der als Dehnungssensor fungierende DMS ausgesetzt ist, aber keine Dehnung erfährt. Somit ist seine Widerstandsänderung ΔR lediglich eine Funktion der Temperaturänderung θ .

Wird dieser passive DMS als zweiter veränderlicher Widerstand in die Viertelbrücke in der in Bild 10-10 gezeigten Weise eingebaut, kann der Potentialpunkt A durch eine Temperaturänderung nicht mehr verschoben werden. Der Temperatureinfluss auf die Ausgangsspannung wird vernachlässigbar.

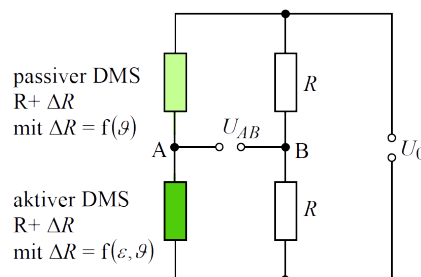


Abbildung 10.10: Viertelbrücke mit passivem DMS zur Temperaturkompensation

DMS-Halbbrücke:

Wenn es gelingt einen Messaufbau so zu konstruieren, dass zwei DMS betragsmäßig gleiche, vom Vorzeichen her aber entgegengesetzte Dehnungen erfahren, lässt sich das

Differentialprinzip

auf die Messung mit DMS übertragen. Hier hat sich der Begriff der Halbbrücke eingebürgert. Die erforderlichen Bedingungen zum Aufbau findet man bei der Messung an Trägern, die auf Biegung beansprucht werden, Bild 10-11. Ist dieser Träger homogen und symmetrisch im Querschnitt, wird er bei der skizzierten Kraftwirkung auf der einen Seite eine Dehnung und auf der anderen Seite eine entsprechende Stauchung erfahren.

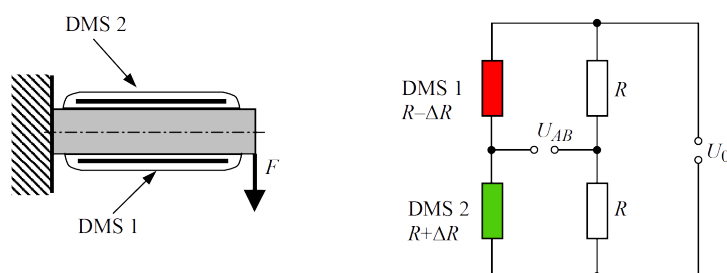


Abbildung 10.11: DMS-Halbbrücke, Messaufbau und Messschaltung

Die sich ergebende Ausgangsspannung U_{AB} für die Halbbrücke kann entsprechend der Vorgehensweise bei der Viertelbrücke bestimmt werden und ergibt sich zu:

$$U_{AB} = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{\Delta R}{R} = \frac{U_0}{2} \varepsilon \cdot k. \quad (10.8)$$

10.4 Messung mechanischer Schwingungen

Zur Messung mechanischer Schwingungen werden bevorzugt Sensoren eingesetzt, die keinen Festpunktbezug haben. Stattdessen besitzen sie eine seismische Masse, die durch ihre Trägheit bei wirkender Beschleunigung eine Kraftwirkung $F = m \cdot a$ erfährt.

Diese Kraft kann mit geeigneten Sensorprinzipien in ein auswertbares elektrisches Signal überführt werden, z. B. mit einem **piezoelektrischen Kristall** oder über den Umweg einer resultierenden Wegänderung mit einem induktiven Sensor. Obwohl mit einem so aufgebauten Sensor nicht nur die Beschleunigung, sondern auch die Amplitude und Geschwindigkeit mechanischer Schwingungen bewertet werden können, hat sich Begriff des **Beschleunigungssensors** eingebürgert. Physikalisch gesehen gibt es bekanntlich keine starren Körper, jeder Körper verformt sich unter dem Einfluss von Kräften. Werden die Elastizitätsgrenzen σ_{zul} nicht überschritten, sind die Verformungen reversibel. Proportionalitätsfaktor für die Verformung infolge Kraftwirkung ist die Federkonstante C_f . Somit bildet jeder Körper ein schwingfähiges Gebilde mit der Eigenfrequenz ω_0 :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C_f}{m}}, \quad (10.9)$$

mit m : Masse des betrachteten Körpers.

Für Messzwecke muss eine definierte Dämpfung des Systems eingeführt werden, mit der man zum 'federgefestelten' Beschleunigungssensor entsprechend Bild 10-12 kommt.

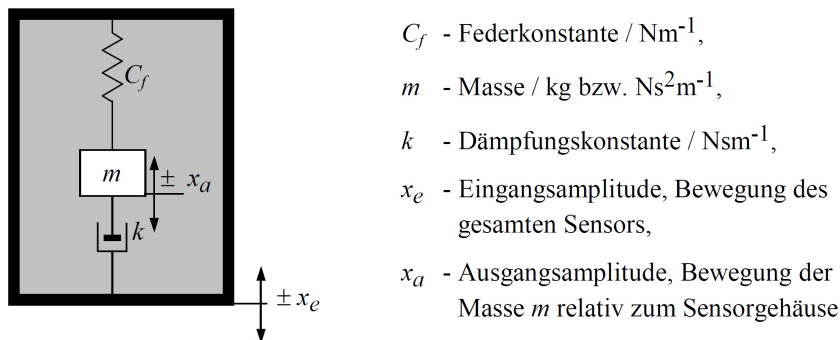


Abbildung 10.12: Federgefestelter Beschleunigungssensor

10.5 Sensoren zur Temperaturmessung

Zur elektrischen Temperaturmessung bieten sich eine Reihe Sensoren an, von denen die wohl wichtigsten in der Tabelle 10.6 angeführt sind. Größte Bedeutung aus dieser Auswahl haben in der industriellen Praxis Widerstandssensoren auf Metall- und Halbleiterbasis und die Thermoelementsensoren.

<i>Sensor</i>	<i>beeinflusste Größe infolge Temperaturänderung</i>
Widerstandssensoren	Widerstand
Thermoelement	Spannung
Sperrstrom an Halbleiterübergängen	Stromstärke
Strahlungspyrometer	Farbänderung
Schwingquarz mit definiertem Temperaturverhalten	Frequenz

Tabelle 10.6: Arten von Temperatursensoren

10.6 Verständnisfragen

1. Weshalb wird in der Sensorik häufig das Differentialprinzip angewendet?

Lösung:

Zwei datengleiche (Teil-) Sensoren sind baulich vereint. Ein Sensor erfährt eine Parameteränderung in positiver Richtung (d. h. $x + \Delta x$), der zweite Teilsensor dagegen in negativer Richtung (d. h. $x - \Delta x$).

In der Messschaltung wird das Messsignal durch Differenzbildung gewonnen, und die Nichtlinearitäten der beiden Teilsensoren heben sich auf.

Man erhält einen größeren Aussteuerbereich des Sensors mit verbesserter Linearität und größerer Empfindlichkeit.

2. Nennen Sie physikalische Größen, die mit Dehnungsmessstreifen erfasst werden können.

Lösung:

Ursächlich werden kleine Längenänderungen gemessen, somit können aber auch:

- Kräfte, welche die Längenänderungen hervorgerufen haben,
- Drehmomente, welche Biegungen hervorgerufen haben und
- Massen, die durch die Erdbeschleunigung eine Längenänderung verursachende Kraft hervorrufen (Kraftmessdose) gemessen werden.