

Mathematik 3: Übungsblatt - Wahrscheinlichkeitsverteilungen 2

1. Aufgabe:

Die Produktion bestimmter Bauelemente erfolgt mit einer Ausschuss-Quote von 1.5%.
Zu bestimmen ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich in einer Lieferung von 20 Bauelementen

- höchstens ein unbrauchbares befindet
- genau zwei unbrauchbare befinden
- mehr als zwei unbrauchbare befinden.

Lösen Sie diese Aufgaben mit Hilfe der **Binomialverteilung** und außerdem näherungsweise auf Basis des Grenzwertsatzes von Poisson mit der **Poissonverteilung** mit dem Taschenrechner und mit R.

2. Aufgabe:

Die Messung der Abweichung (!) des Durchmessers von mechanischen Wellen sei **normalverteilt** mit dem Mittelwert $4 \mu m$ und der Standardabweichung $6 \mu m$.

Verwenden Sie die Tabelle der Gaußschen Normalverteilung aus dem Skript.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelner gemessener Wert nicht mehr als $2 \mu m$ vom wahren Wert abweicht?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelner gemessener Wert mehr als $8 \mu m$ vom wahren Wert abweicht?
- Welche Abweichung α des wahren Wertes vom Mittelwert der Messwerte lässt sich mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % garantieren?

3. Aufgabe:

Ein Hersteller von neuen LED-Lampen behauptet, dass die zu erwartende Lebensdauer 40'000 h beträgt. Verwenden Sie als Modell für die Verteilung der Lebensdauer L (in Stunden h) eine **Exponentialverteilung**.

- Bestimmen Sie die Dichtefunktion und die Verteilungsfunktion von L .
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine LED-Lampe höchstens 20'000 h funktioniert?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die LED-Lampe mehr als 80'000 h funktioniert?
- Geben Sie die R-Befehle an und visualisieren Sie die Wahrscheinlichkeiten in der Dichtefunktion.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die LED-Lampe mehr als 40'000 h, aber höchstens 100'000 h funktioniert?
- Bestimmen Sie das 25%- und das 75%-Quantil der Verteilung.

4. Aufgabe:

Die zufällige Lebensdauer L (L in Jahren) eines Elektromotors entspricht in ihrer Verteilung einer **Weibullverteilung** mit Formparameter $b = 2$ und Lageparameter $T = 10$.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

- der Motor bereits im ersten Jahr ausfällt,
- mindestens 10 Jahre arbeitet,
- mehr als 5 aber höchstens 10 Jahre arbeitet.
- Wie groß ist der Erwartungswert dieser Verteilung?