

Übungsaufgaben zu Differenzialgleichungen

Aufgabe 1

Welche der folgenden Differenzialgleichungen sind linear, welche nichtlinear. Unterscheiden Sie außerdem die linearen Differenzialgleichungen nach homogenen und inhomogenen Differenzialgleichungen.

- (i) $y' = xy$,
- (ii) $x^3y' - y = 2xy^2$,
- (iii) $y' - 2y = \sin(x)$,
- (iv) $y' \cdot \cos(x) - y \sin(x) = 1$,
- (v) $y'y^2 + x^2 = 1$,
- (vi) $y' = \sqrt{y}$,
- (vii) $L \frac{di}{dt} + Ri = u(t)$,
- (viii) $y' - x \cdot (1 + y^2) = 0$,
- (ix) $xy' + y = \ln(x)$,
- (x) $m\dot{v} + k \cdot v = mg$,
- (xi) $y'\sqrt{y} - x = 0$,
- (xii) $y' = 5x^4 \cdot (y + 1)$.

Aufgabe 2

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme durch Trennung der Variablen.

- (i) $y' + y \cos(x) = 0$, $y(\frac{\pi}{2}) = 2\pi$,
- (ii) $x(x + 1)y' = y$, $y(1) = \frac{1}{2}$,
- (iii) $y^2y' + x^2 = 1$, $y(2) = 1$,
- (iv) $yy' = 2e^{2x}$, $y(0) = 2$.

Aufgabe 3

Lösen Sie mittels Variation der Konstanten die folgenden Anfangswertprobleme:

- (i) $xy' - y = x^2 \cdot \cos(x)$, $y(\pi) = 2\pi$,
- (ii) $xy' + y = \ln(x)$, $y(1) = 1$.

Aufgabe 4

Lösen Sie die folgenden inhomogenen linearen DGL 1.ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten durch Aufsuchen einer partikulären Lösung:

(i) $y' = 2x - y$,

(ii) $y' + 2y = 4e^{5x}$,

(iii) $y' + y = e^{-x}$,

(iv) $y' - 4y = 5 \sin(x)$,

(v) $y' - 5y = \cos(x) + 4 \sin(x)$,

(vi) $y' - 6y = 3e^{6x}$.

Aufgabe 5

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

(i) $y' + 4y = x^3 - x$, $y(1) = 2$,

(ii) $y' - y = e^x$, $y(0) = 1$,

(iii) $y' + 3y = -\cos(x)$, $y(0) = 5$.

Nun einige Aufgaben zu Differentialgleichung 2.ter Ordnung:

Aufgabe 6

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

(i) $y'' + 4y' + 5y = 0$, $y(0) = \pi$, $y'(0) = 0$,

(ii) $y'' + 20y' + 64y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$,

(iii) $4y'' - 4y' + y = 0$, $y(0) = 5$, $y'(0) = -1$,

Aufgabe 7

Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der folgenden inhomogenen linearen Differentialgleichungen zweiter Ordnung:

(i) $y'' + 2y' - 3y = 3x^2 - 4x$,

(ii) $y'' - 2y' + y = e^{2x}$,

(iii) $y'' - 2y' - 3y = -2e^{3x}$,

(iv) $y'' + 10y' + 25y = 3 \cos(5t)$,

(v) $y'' - y = x \sin(x)$,

(vi) $y'' + 12y' + 36y = 3e^{-6x}$,