

Mathematik 2: Zusatzübungsblatt - Fktn. mehrerer Variablen 4

Mehrfachintegrale

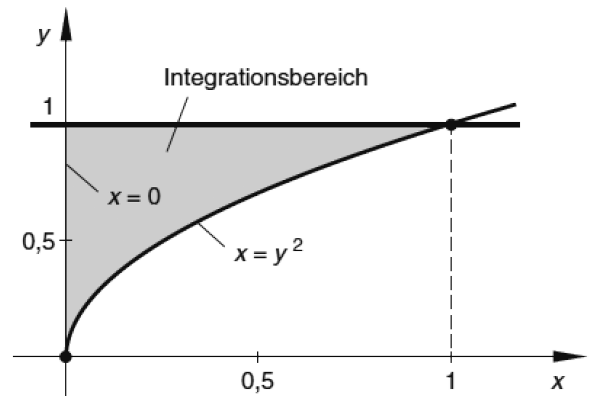
1. Aufgabe:

Gegeben ist das Doppelintegral

$$I = \int_{y=0}^1 \int_{x=0}^{y^2} e^{\frac{x}{y}} dx dy$$

Folgende Skizze zeigt den Integrationsbereich. Er wird in x -Richtung durch $x = 0$ (y -Achse) und $x = y^2$ (nach rechts geöffnete Parabelast) und in y -Richtung durch die Parallelen $y = 0$ (x -Achse) und $y = 1$ berandet.

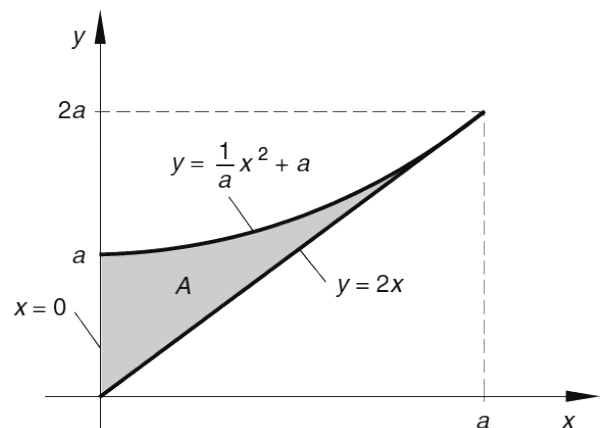
Wie groß ist der Flächeninhalt?



2. Aufgabe:

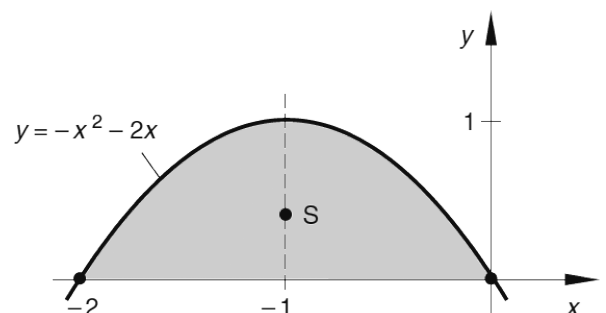
Ein Flächenstück wird berandet durch die y -Achse ($x = 0$), $y = 2x$ und $y = \frac{1}{a}x^2 + a$ mit ($a > 0$).

Berechnen Sie den Flächeninhalt A .



3. Aufgabe:

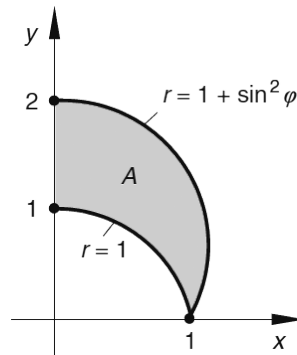
Bestimmen Sie den Schwerpunkt S der Fläche zwischen der Parabel $y = -x^2 - 2x$ und der x -Achse ($y = 0$) mittels Doppelintegral.



4. Aufgabe:

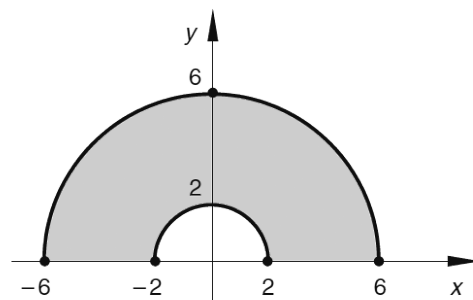
Zu berechnen ist der Flächeninhalt A des im 1. Quadranten liegenden Flächenstückes, berandet durch die Kurven $r = 1 + \sin^2 \varphi$ und $r = 1$ (Einheitskreis).

Die Polarkoordinaten sind r und φ .



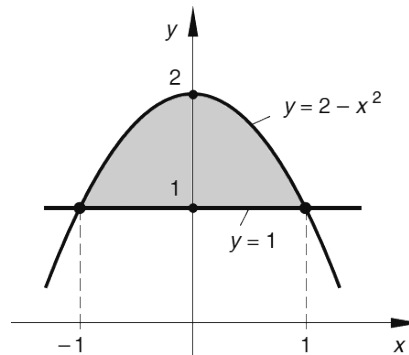
5. Aufgabe:

Es ist der Flächenschwerpunkt S folgender Fläche zu berechnen ...



6. Aufgabe:

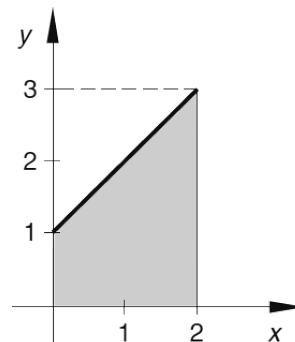
Welches Volumen V hat ein Körper mit der skizzierten Bodenfläche ($x-y$ -Ebene), der durch die Funktion $z = 5-x-y$ nach oben begrenzt wird?



7. Aufgabe:

Ein prismatischer Körper hat in der $x-y$ -Ebene die skizzierte trapezförmige Querschnittsfläche. Der Boden liegt in der Ebene $z = 1$ und der Deckel ist eine Teilfläche von $z = x^2 + y + 2$.

Das Prismenvolumen V ist zu berechnen, mittels Dreifachintegral.



8. Aufgabe:

Ein prismatischer Körper hat in der x - y -Ebene die skizzierte trapezförmige Querschnittsfläche. Der Boden liegt in der Ebene $z = 1$ und der Deckel ist eine Teilfläche von $z = x^2 + y + 2$.

Das Prismenvolumen V und der Schwerpunkt S sind zu berechnen, mittels Dreifachintegral.

