Mathematik 2: Übungsblatt 5 - Potenzreihen, Taylorreihen

1. Aufgabe:

Prüfen Sie folgende Reihen auf Konvergenz/Divergenz und geben Sie die ersten drei Teilsummen an.

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^5}{2^k}$

b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{5^k}$

c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k-1}{3k+2}$

d) $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \cdot \frac{1}{k}$

2. Aufgabe:

Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen. Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergieren die Reihen? Bemerkung: Hier wird anstatt k, n als Variable verwendet.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}(x-1)^n$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n^3}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{n^n} x^n$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}$

3. Aufgabe:

Bestimmen Sie für $\boldsymbol{f(x) = 1 + 2\sqrt{x}}$ das Taylorpolynom 3. Grades im Entwicklungspunkt $\boldsymbol{x_0 = 1}$. Bestimmen Sie damit einen Näherungswert für $\boldsymbol{f(0.984)}$ und vergleichen Sie diesen mit dem Taschenrechner-Wert.

4. Aufgabe:

Bestimmen Sie für $\boldsymbol{f(x) = \ln(1+x)}$ das Taylorpolynom 2. Grades im Entwicklungspunkt $\boldsymbol{x_0 = 0}$

5. Aufgabe:

Bestimmen Sie für $f(x) = \ln(x)$ das Taylorpolynom bis 5. Grades im Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ und geben Sie allgemein a_n der Taylorreihe an.