Mathematik 1: Zusatzübung - Funktionen

Winkelmaße:

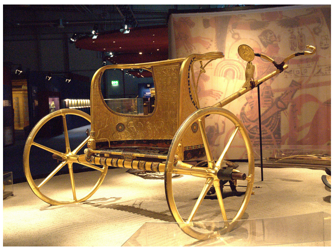
Es ist allgemein bekannt, dass der Vollwinkel eines Kreises in 360 gleichgroße Winkel geteilt werden kann. Jeden dieser Winkel können wir wieder in 60 gleichgroße Winkel teilen. Ein solcher Winkel hätte dann die Größe 1´ (eine Minute) bzw. 1" (eine Sekunde).

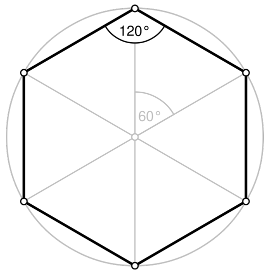
Diese Art der Unterteilung stammt von den Babyloniern (ca. 2000 v.Chr.), die mit dem so genannten **Sexagesimalsystem (Basis 60)** gerechnet haben.

Wissenschaftler sehen als Grund für die Wahl der Zahl 60 als Basis des Rechensystems die Absicht, möglichst viele der beim praktischen Zählen und Messen (Handel) auftretenden Teile einfach ausdrücken bzw. berechnen zu können. Dies spielt auch in der **Musik** und der **Zeiteinteilung** (Basis 12) die entscheidende Rolle ($60 = 5 \cdot 12$).

Der Umfang eines Kreises lässt sich somit leicht in sechs gleiche Teile zerlegen, wenn man den Radius dieses Kreises sechsmal abträgt. Es entsteht dann ein regelmäßiges Sechseck.

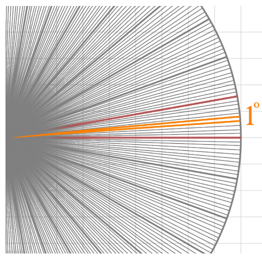
Die Räder damaliger Streit-Wagen hatten z.B. sechs Speichen.





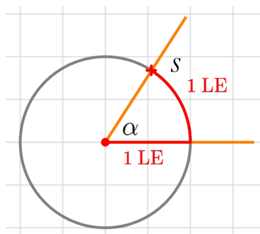
Gradmaß:

$1°$ (sprich: „ein Grad") entspricht dem 360. Teil des Vollwinkels.



Bogenmaß:

1 rad (sprich: „ein Radiant") entspricht einer Bogenlänge von 1 LE auf dem Einheitskreis.



Man kann nun eine Verbindung zwischen dem Winkel in Grad und der Bogenlänge s (in LE des Einheitskreises) herstellen, da beide Angaben den selben Sachverhalt widerspiegeln.

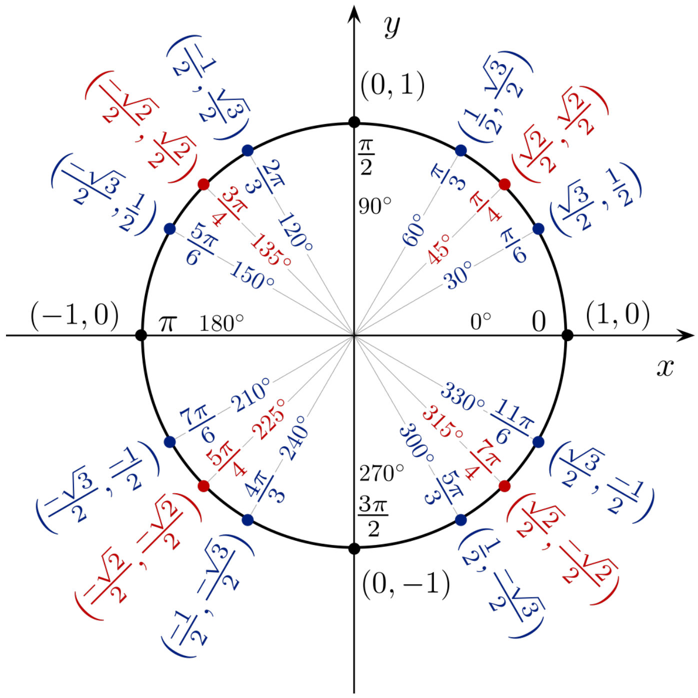
Der Umfang eines Kreises berechnet sich nach der Formel $U = 2\pi r$. Beim Einheitskreis mit dem Radius $r = 1$ wird es besonders einfach: $U = 2\pi$

Es gilt offensichtlich für die Winkel α und die Bogenmaße s die folgende Verhältnisgleichung:

$$\boxed{\frac{\alpha}{360°} = \frac{s}{2\pi}}$$

Wichtiger Hinweis für den Taschenrechner:

Modus **DEG** (degree) gewohntes Gradmaß $(360°\|_{\text{Umlauf}})$
Modus **RAD** (randiant) Bogenmaß $(2\pi\|_{\text{Umlauf}})$
Modus GRAD (Neugrad, Gon) wird nur in Aussnahmefällen verwendet $(400^g\|_{\text{Umlauf}})$



1. Aufgabe:

Bestimmen Sie unter Verwendung der Verhältnisgleichung für Winkel und Bogenlänge (ohne Verwendung des Taschenrechners) die fehlenden Maße:

α	90°	150°	15°	67,5°	105°	15°	390°	315°	225°	660°
s	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{5\cdot\pi}{6}$	$\frac{1}{12}\pi$	$\frac{3\cdot\pi}{8}$	$\frac{7}{12}\pi$	$\frac{5\cdot\pi}{2}$	$2\frac{1}{6}\pi$	$\frac{7\cdot\pi}{4}$	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{11\cdot\pi}{3}$

Lösung:

$$\alpha = \frac{s \cdot 360°}{2\pi} \qquad \text{und} \qquad s = \frac{\alpha \cdot 2\pi}{360°}$$

2. Aufgabe:

Geben Sie unter Verwendung der Verhältnisgleichung Näherungswerte für die fehlenden Maße an (2 Nachkommastellen). Schätzen Sie zuvor die Größenordnung ab!

α	90°	286,48°	15°	68,75°	105°	70°	390°	572,96°	225°	114,59°
s	0,87	$\frac{5\cdot\pi}{6}$	0,17	$\frac{3\cdot\pi}{8}$	1,92	$\frac{5\cdot\pi}{2}$	15,18	$\frac{7\cdot\pi}{4}$	0,03	$\frac{11\cdot\pi}{3}$