Zu lösen sind folgende **LGS** mittels eines beliebigen Rechenverfahrens … Additionsverfahren, Einsetzungsverfahren bzw. Substitutionsverfahren, Gleichsetzungsverfahren oder Lösen mittels Determinante.

1. Aufgabe *Lösungsvorschlag mit Additionsverfahren*

$$\begin{array}{rrcrl}
-5x & +18y & = & 184 & \\
6x & +3y & = & -24 & \mid \cdot(-6) \quad \mid + \\
\hline
-5x & +18y & = & 184 & \\
-36x & -18y & = & 144 & \\
\hline
-41x & & = & 328 & \mid :(-41) \\
 & \mathbf{x} & \mathbf{=} & \mathbf{-8} &
\end{array}$$

x in Gl. 1 eingesetzt:

$$\begin{array}{rrcrl}
(-5)\cdot(-8) & +18y & = & 184 & \\
40 & +18y & = & 184 & \mid -40 \\
 & 18y & = & 144 & \mid :18 \\
 & \mathbf{y} & \mathbf{=} & \mathbf{8} &
\end{array}$$

2. Aufgabe *Lösungsvorschlag mit Additionsverfahren*

$$\begin{array}{rrcrl}
-6x & -19y & = & -49 & \mid \cdot 10 \\
20x & +12y & = & 112 & \mid \cdot 3 \quad \mid + \\
\hline
-60x & -190y & = & -490 & \\
60x & +36y & = & 336 & \\
\hline
 & -154y & = & -154 & \mid :(-154) \\
 & \mathbf{y} & \mathbf{=} & \mathbf{1} &
\end{array}$$

y in Gl. 1 eingesetzt:

$$\begin{array}{rrcrl}
-6x & -19\cdot 1 & = & -49 & \mid +19 \\
-6x & & = & -30 & \mid :(-6) \\
 & \mathbf{x} & \mathbf{=} & \mathbf{5} &
\end{array}$$

3. Aufgabe *Lösungsvorschlag mit Substitutionsverfahren*

$$\begin{array}{rrcrl}
8x & -4y & = & 64 & \mid \text{umstellen nach } y \\
15x & -7y & = & 119 & \\
\hline
 & -4y & = & 64 - 8x & \mid :(-4) \\
 & y & = & 2x - 16 &
\end{array}$$

y in Gl. 2 eingesetzt:

$$\begin{array}{rrcr}
15x & -7\cdot(2x-16) & = & 119 \\
15x & -14x + 112 & = & 119 \\
 & \mathbf{x} & \mathbf{=} & \mathbf{7}
\end{array}$$

x in Gl. 1 eingesetzt:

$$\begin{array}{rrcrl}
8\cdot 7 & -4y & = & 64 & \\
56 & -4y & = & 64 & \mid -56 \\
 & -4y & = & 8 & \mid :(-4) \\
 & \mathbf{y} & \mathbf{=} & \mathbf{-2} &
\end{array}$$

4. Aufgabe *Lösungsvorschlag mit Substitutionsverfahren*

x	$-y$	=	-4	|umstellen nach x
$-2x$	$+2y$	=	10	
	x	=	$y-4$	

x in Gl. 2 eingesetzt:

$-2\cdot(y-4)$	$+2y$	=	10
$-2y+8$	$+2y$	=	10
	8	**=**	**10**

Widerspruch, falsche Aussage, das **LGS hat keine Lösung** $\mathbb{L}=\{\ \}$ Lösungsmenge ist leer.

5. Aufgabe *Lösungsvorschlag mit Hilfe von Determinanten*

$-15x$	$-20y$	=	140
$-11x$	$-14y$	=	102

$$D=\begin{vmatrix}-15 & -20\\ -11 & -14\end{vmatrix}=(-15)\cdot(-14)-(-20)\cdot(-11)=-10$$

$$D_x=\begin{vmatrix}140 & -20\\ 102 & -14\end{vmatrix}=140\cdot(-14)-(-20)\cdot 102=80$$

$$D_y=\begin{vmatrix}-15 & 140\\ -11 & 102\end{vmatrix}=(-15)\cdot 102-140\cdot(-11)=10$$

$$x=\frac{D_x}{D}=\frac{80}{-10}=\mathbf{-8} \qquad y=\frac{D_y}{D}=\frac{10}{-10}=\mathbf{-1}$$

6. Aufgabe *Lösungsvorschlag mit Hilfe von Determinanten*

$-17x$	$+7y$	=	-58
$2x$	$+18y$	=	-12

$$D=\begin{vmatrix}-17 & 7\\ 2 & 18\end{vmatrix}=(-17)\cdot 18-7\cdot 2=-320$$

$$D_x=\begin{vmatrix}-58 & 7\\ -12 & 18\end{vmatrix}=(-58)\cdot 18-7\cdot(-12)=-960$$

$$D_y=\begin{vmatrix}-17 & -58\\ 2 & -12\end{vmatrix}=(-17)\cdot(-12)-(-58)\cdot 2=320$$

$$x=\frac{D_x}{D}=\frac{-960}{-320}=\mathbf{3} \qquad y=\frac{D_y}{D}=\frac{320}{-320}=\mathbf{-1}$$

7. Aufgabe *Lösungsvorschlag mit Hilfe von Determinanten*

$$\begin{array}{rrrcr} -x_1 & +x_2 & +x_3 & = & 0 \\ x_1 & -3x_2 & -2x_3 & = & 5 \\ 5x_1 & +x_2 & +4x_3 & = & 3 \end{array}$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$det\boldsymbol{A} = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ 5 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 12$$

$$det\boldsymbol{A_1} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 5 & -3 & -2 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix} = -12$$

$$det\boldsymbol{A_2} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & -2 \\ 5 & 3 & 4 \end{vmatrix} = -48$$

$$det\boldsymbol{A_3} = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 5 \\ 5 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 36$$

$$x_1 = \frac{det\boldsymbol{A_1}}{det\boldsymbol{A}} = \frac{-12}{12} = \boldsymbol{-1}$$

$$x_2 = \frac{det\boldsymbol{A_2}}{det\boldsymbol{A}} = \frac{-48}{12} = \boldsymbol{-4}$$

$$x_3 = \frac{det\boldsymbol{A_3}}{det\boldsymbol{A}} = \frac{36}{12} = \boldsymbol{3}$$

8. Aufgabe

Für welche Werte von a ist folgendes Gleichungssystem lösbar?

$$\begin{pmatrix} 2-a & 3 & -6 \\ 3 & 2-a & -6 \\ -6 & -6 & 11-a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Lösung für a = - 1.

Die Determinante der Koeffizientenmatrix ist Null für a = - 1 und a = 17.

Für a = 17 ist das Gleichungssystem nicht lösbar.

Für a = - 1 gilt:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{3} & 3 & -6 \\ 3 & \mathbf{3} & -6 \\ -6 & -6 & \mathbf{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{rrrcrl} 3x & +3y & -6z & = & 1 & (1) \\ 3x & +3y & -6z & = & 1 & (2) \\ -6x & -6y & +12z & = & -2 & (3) \end{array}$$

Aus (*1*) + (*2*) · (-1) oder (*1*) · 2 + (*3*) bzw. (*2*) · 2 + (*3*) ist das <u>Ergebnis 0 = 0</u> ohne ausführliche Rechnung ersichtlich und somit die Lösung, dass es für a = - 1 unendlich viele Lösungen gibt. Determinante ist Null => LGS ist <u>nicht eindeutig</u> lösbar!