

Mathematik 1: Übungsblatt - Lineare Gleichungen Anwendung

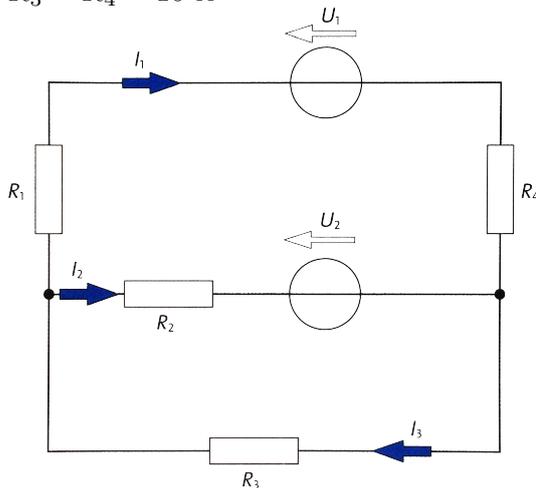
1. Aufgabe:

Berechnen Sie alle Zweigströme im Netzwerk mithilfe der Knoten- und Maschenregel, und lösen Sie das Gleichungssystem.

$$U_1 = U_2 = 60 \text{ V}$$

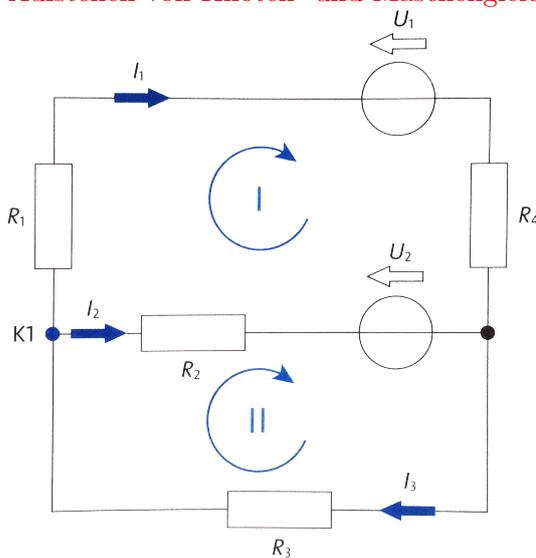
$$R_1 = R_2 = 3 \text{ } \Omega$$

$$R_3 = R_4 = 10 \text{ } \Omega$$



Lösung:

Aufstellen von Knoten- und Maschengleichungen:



$$K_1: I_3 - I_2 - I_1 = 0$$

$$M_1: -U_1 + U_{R_1} - U_{R_2} + U_2 + U_{R_4} = 0$$

$$M_2: -U_2 + U_{R_2} + U_{R_3} = 0$$

Umformen der Gleichungen und Werte einsetzen:

$$M_1: -U_1 + R_1 I_1 - R_2 I_2 + U_2 + R_4 I_1 = 0$$

$$M_2: -U_2 + R_2 I_2 + R_3 I_3 = 0$$

$$K_1: -I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

$$M_1: R_1 I_1 - R_2 I_2 + R_4 I_1 = U_1 - U_2$$

$$M_2: R_2 I_2 + R_3 I_3 = U_2$$

$$\begin{array}{cccc}
 I_1 & I_2 & I_3 & E \\
 \left(\begin{array}{ccc|c}
 -1 & -1 & 1 & 0 \\
 R_1 + R_4 & -R_2 & 0 & U_1 - U_2 \\
 0 & R_2 & R_3 & U_2
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

Die Einheiten werden während der Matrixumformung weggelassen.

$$\left(\begin{array}{ccc|c}
 -1 & -1 & 1 & 0 \\
 \mathbf{13} & -3 & 0 & 0 \\
 0 & 3 & 10 & 60
 \end{array} \right) \begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}
 -1 & -1 & 1 & 0 \\
 0 & -16 & 13 & 0 \\
 0 & \mathbf{3} & 10 & 60
 \end{array} \right) \mathbf{13 \cdot I + II}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}
 -1 & -1 & 1 & 0 \\
 0 & -16 & 13 & 0 \\
 0 & 0 & 199 & 960
 \end{array} \right) \mathbf{3 \cdot II + 16 \cdot III}$$

Aus der Matrix in Dreiecksform ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 -I_1 - I_2 + I_3 &= 0 \\
 -16I_2 + 13I_3 &= 0 \\
 199I_3 &= 960\text{A}
 \end{aligned}$$

Die Gleichungen werden nun gelöst. Start mit der Einfachsten:

$$\begin{aligned}
 I_3 &= \frac{960}{199}\text{A} = \mathbf{4.82\text{A}} \\
 -16I_2 &= -13I_3 = -13 \left(\frac{960}{199} \right) \text{A} = \frac{-12480}{199} \text{A} \Rightarrow I_2 = \frac{780}{199} \text{A} = \mathbf{3.92\text{A}} \\
 -I_1 &= I_2 - I_3 = 3.92\text{A} - 4.82\text{A} \Rightarrow I_1 = \mathbf{0.9\text{A}}
 \end{aligned}$$