

Mathematik 1: Übungsblatt Funktionen 1

1. Aufgabe:

Bilden Sie die Funktionsgleichung der jeweiligen Umkehrfunktion:

a) $f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^3 + 1$

a) $y = \frac{1}{2}(x-2)^3 + 1$

b) $f(x) = 3(x+2)^5 - 6$

$x = \frac{1}{2}(y-2)^3 + 1$

c) $f(x) = \frac{1}{4}(x+2)^{-1}$

$x-1 = \frac{1}{2}(y-2)^3$

d) $f(x) = 2\sqrt[3]{x+3} - 1$

$2(x-1) = (y-2)^3$

Lösung:

$y-2 = \sqrt[3]{2x-2}$

a) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{2x-2} + 2$

$y = \sqrt[3]{2x-2} + 2$

b) $f^{-1}(x) = \sqrt[5]{\frac{x}{3}} + 2 - 2$

c) $f^{-1}(x) = \frac{1}{4x} - 2$

c) $y = \frac{1}{4}(x+2)^{-1}$

$x = \frac{1}{4}(y+2)^{-1}$

d) $f^{-1}(x) = \left(\frac{x+1}{2}\right)^3 - 3$

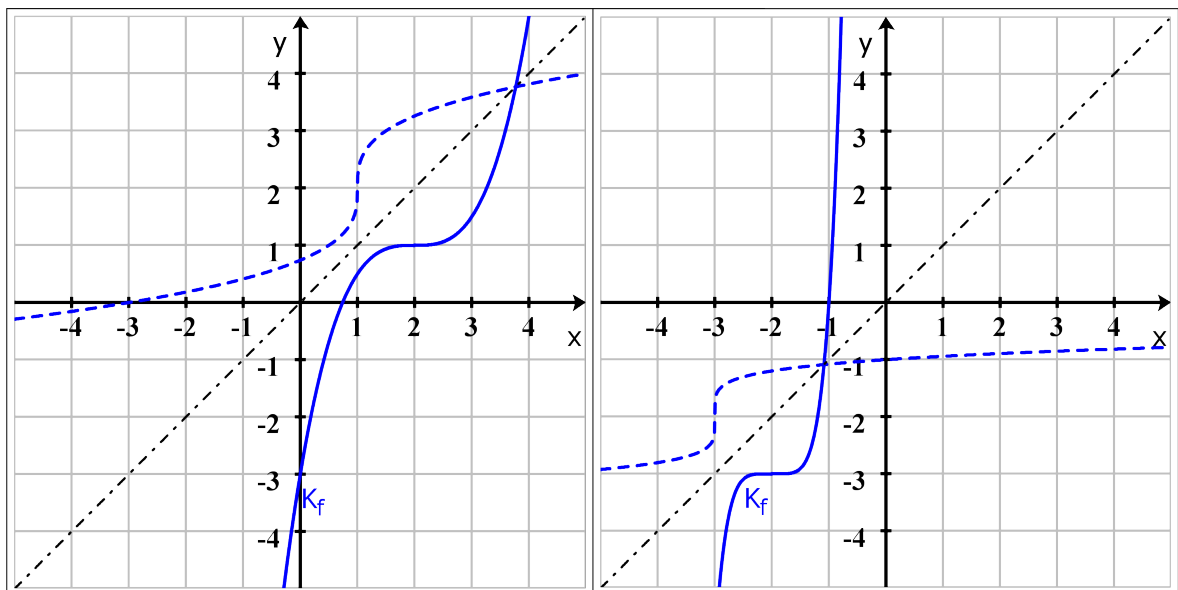
$4x = (y+2)^{-1} \quad | \cdot (-1)$
 $(4x)^{-1} = (y+2) \Rightarrow y = \frac{1}{4x} - 2$

$4x = \frac{1}{y+2}$
 $\frac{1}{4x} = y+2$

2. Aufgabe:

Zeichnen Sie mit Hilfe der Schaubilder die Graphen der Umkehrfunktionen:

Lösung:



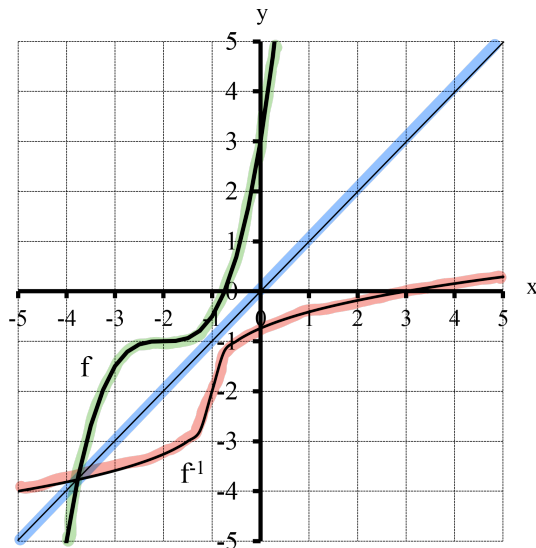
3. Aufgabe:

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^3 - 1$

- Bestimmen Sie die Gleichung der Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$.
- Skizzieren Sie die Schaubilder von $f(x)$ und $f^{-1}(x)$ in das gemeinsame Koordinatensystem.

Lösung:

$$f(x)^{-1} = \sqrt[3]{2(x+1)} - 2$$



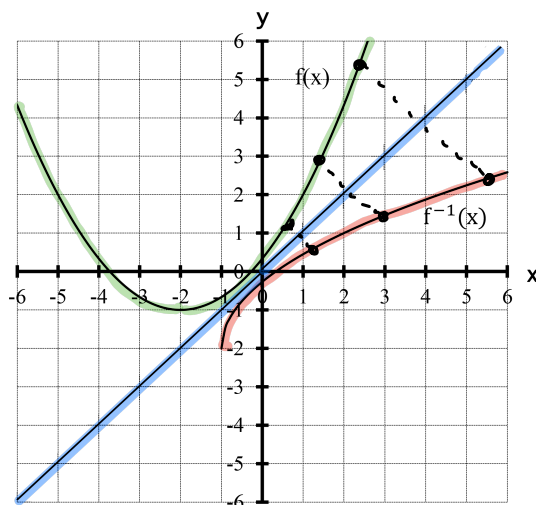
Scheitelpunkt

4. Aufgabe:

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{3}(x+2)^2 - 1$

- Bestimmen Sie die Gleichung der Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$.
- Untersuchen Sie $f(x)$ und $f^{-1}(x)$ auf Definitions- sowie Wertebereich und zeichnen Sie beide Funktionen in das gemeinsame Koordinatensystem.

Lösung:



$$x = -2 : y = \frac{1}{3} \cdot (-2+2)^2 - 1$$

$$y = \frac{1}{3} \cdot 0 - 1 = -1$$

oder Ableitung = 0

Wertetabelle für $f(x)$
 $\rightarrow$ Konstanten für $f^{-1}(x)$
 $= D$ und W

Gleichung	$f(x) = \frac{1}{3}(x+2)^2 - 1$	$f^{-1}(x) = \sqrt{3(x+1)} - 2$
D =	$\mathbb{R}$	$[-1; \infty[$
W =	$[-1; \infty[$	$[-2; \infty[$

$[-1; \infty[$

$[-1; \infty)$

$\in \mathbb{R}$

$$[-1; \infty] \downarrow$$