Mathematik 1: Zusatzübung - Vektorrechnung

1. Aufgabe:

Die zeichnerische Lösung bzw. Interpretation der Addition von zwei Vektoren $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$ ist bekannt (Parallelogramm).

a) Machen Sie sich zeichnerisch klar, was $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3$ graphisch bedeutet.

b) Was bedeutet es, wenn man weitere Vektoren addiert?

2. Aufgabe:

Gegeben sind die beiden Vektoren $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

a) Zeigen Sie, dass $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ linear unabhängig sind.

b) Berechnen Sie den von $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ eingeschlossenen Winkel φ.

3. Aufgabe:

Gegeben seien die vier Vektoren

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix}, \qquad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} \qquad \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 17 \\ \ln(3) \end{pmatrix}. \qquad \vec{v}_4 = \begin{pmatrix} \sin(1) \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Sind diese vier Vektoren linear unabhängig?

4. Aufgabe:

Seien

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{1}{2} \\ 3 \end{pmatrix}, \qquad \vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

a) Überprüfen Sie, ob die drei Vektoren linear unabhängig sind.

b) Berechnen Sie $\vec{v} \times \vec{w}$.

c) Berechnen Sie $[\vec{u}\vec{v}\vec{w}]$.

5. Aufgabe:

Seien

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ v_3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie $v_3 \in \mathbb{R}$ derart, dass gilt:

$$|\vec{u} \times \vec{v}| = \sqrt{30}.$$

6. Aufgabe:

Sei $\vec{v}$ die Geschwindigkeit eines Teilchens, welches sich durch ein (konstantes) Magnetfeld mit magnetischer Flussdichte $\vec{B}$ bewegt (vgl. Werte aus Aufgabe 5) und $\vec{F}_L$ die Loretz-Kraft die auf das Teilchen wirkt. Bestimmen Sie die Ladung q des Teilchens.

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \qquad \vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B}) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{10} \end{pmatrix}$$