

Mathematik 1: Übungsblatt - Vektorrechnung 2

1. Aufgabe:

Am Ort $R_1 = (1|2|3)$ m wirkt eine Punktladung mit $Q_1 = 3 \cdot 10^{-5}$ C und

am Ort $R_2 = (4|5|6)$ m wirkt eine Punktladung mit $Q_2 = 5 \cdot 10^{-5}$ C.

Berechnen Sie die Kraft zwischen den beiden Ladungen mit vektorieller Darstellung.

Es gilt der vektorielle Ansatz:
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{1,2}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{1,2}}{r_{1,2}}$$

2. Aufgabe:

Es seien $\vec{a} = (1|1|0)^T$, $\vec{b} = (0|1|0)^T$, $\vec{c} = (0|1|1)^T$, $\vec{d} = (0|0|\lambda)^T$. Prüfen Sie für welche λ die Vektoren linear unabhängig sind.

3. Aufgabe:

Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = (2|-1|2)^T$, $\vec{b} = (1|b_2|2)^T$.

Für welche Werte b_2 stehen die Vektoren senkrecht und für welche Werte ist der Winkel zwischen den Vektoren größer als 90° ?

4. Aufgabe:

Vektor \vec{a} besitzt die Länge 4, Vektor \vec{b} die Länge 2 und der Winkel zwischen den Vektoren beträgt 120° .

Welche Länge besitzt der Vektor $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b}$?

5. Aufgabe:

Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie folgende Produkte (Skalar-, Vektor- bzw. Spatprodukte):

a) $\vec{a} \cdot \vec{b}$

b) $(\vec{a} - \vec{c}) \cdot (\vec{a} + \vec{c})$

c) $\vec{b} \times \vec{c}$

d) $(\vec{a} \times \vec{c}) \cdot \vec{b} = [\vec{a}\vec{c}\vec{b}]$

6. Aufgabe:

Gegeben sind die Vektoren $\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} -5 \\ -20 \\ 10 \end{pmatrix}$ N, $\vec{F}_2 = \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 60 \end{pmatrix}$ N, $\vec{F}_3 = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}$ N.

Berechnen Sie die resultierende Kraft \vec{F}_r (Kraftkomponenten, Betrag und Richtungswinkel).

7. Aufgabe:

Es seien $\vec{a} = (1|2|-1)^T$, $\vec{b} = (2|1|1)^T$.

Berechnen Sie die Fläche des von den Vektoren aufgespannten Parallelogramms.

8. Aufgabe:

Berechnen Sie das Volumen des aufgespannten Spats aus $\vec{a} = (1|1|4)^T$, $\vec{b} = (1|-2|1)^T$, $\vec{c} = (-3|3|-4)^T$. Bilden die Vektoren ein Links- oder Rechtssystem?