

# Mathematik 1 - Probeklausur 1

1. Bearbeitungsdauer: 90 Minuten
2. Erlaubt: 2 DinA4-Seiten selbst geschriebenes Skript + DHBW Taschenrechner
3. Das selbstgeschriebene Skript muss der Klausur beigelegt werden

## 1. Aufgabe:

Welche der folgenden Aussagen stimmen für alle Matrizen  $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ?

	gilt	gilt nicht
$\det(-A) = -\det A$		
$\det(2A) = 2 \det A$		
$\det(A + B) = \det A + \det B$		
$\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$		
$\det(A \cdot A^T) = 1$		
Falls $A^{-1}$ existiert: $\det(A^{-1} \cdot A^T) = 1$		

**6 Punkte**

## 2. Aufgabe:

Berechnen Sie das Volumen des aufgespannten Spats aus  $\vec{a} = (1|1|4)$ ,  $\vec{b} = (1|-2|1)$ ,  $\vec{c} = (-3|3|-4)$ . Bilden die Vektoren ein Links- oder Rechtssystem?

**5 Punkte**

## 3. Aufgabe:

Gegeben:  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$

Punkt:  $C(2, 0, 1)$

Gesucht: Ebene aus Punkt und Gerade.

**6 Punkte**

## 4. Aufgabe:

Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

Berechnen Sie die skalaren Komponenten (Vektorkoordinaten) sowie den Betrag und Richtungswinkel des folgenden Vektors  $\vec{s}$ .

$$\vec{s} = -3\vec{b} + 4(\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{a} - (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (2\vec{c} + \vec{a})\vec{c}$$

**12 Punkte**

**5. Aufgabe:**

Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 14 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{c} = \begin{pmatrix} u \\ 1 \\ v \end{pmatrix}$ .

Berechnen Sie die Parameter  $u$  und  $v$  so, dass der Vektor  $\vec{c}$  sowohl zu  $\vec{a}$  als auch zu  $\vec{b}$  orthogonal ist und zwar unter ausschließlicher Verwendung von Skalarprodukten.

**10 Punkte**

**6. Aufgabe:**

Gegeben:

$$\text{Gerade 1: } \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{Gerade 2: } \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Gesucht: Die Lage der Geraden zueinander.

**12 Punkte**

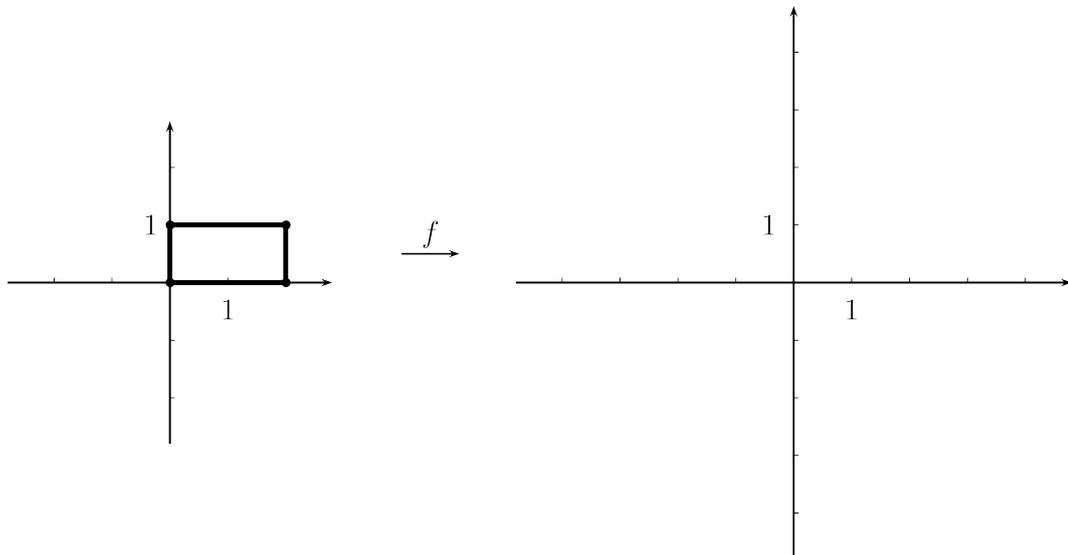
**7. Aufgabe:**

Betrachtet wird die Abbildung

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad f_1(x) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot x$$

die jedem Punkt  $x \in \mathbb{R}^2$  der Ebene einen Punkt  $f(x) \in \mathbb{R}^2$  zuordnet.

Wie wird bei dieser Abbildung das dargestellte Rechteck abgebildet? Zeichnen Sie das Bild in das rechte Koordinatensystem.



**8 Punkte**

**8. Aufgabe:**

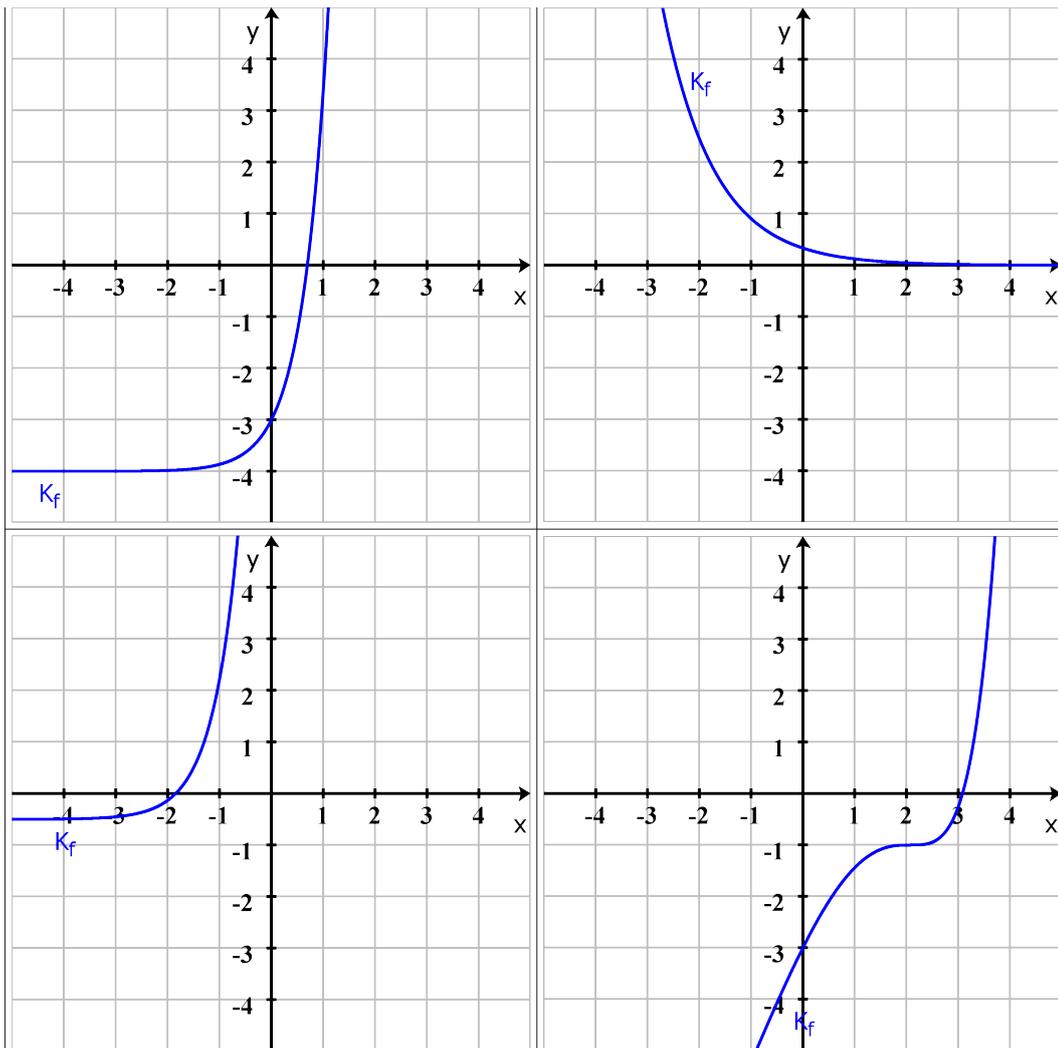
Bilden Sie die Funktionsgleichung der Umkehrfunktion:

$$f(x) = e^{2x} - 5$$

**3 Punkte**

**9. Aufgabe:**

Zeichnen Sie mit Hilfe der Schaubilder die Graphen der Umkehrfunktionen:

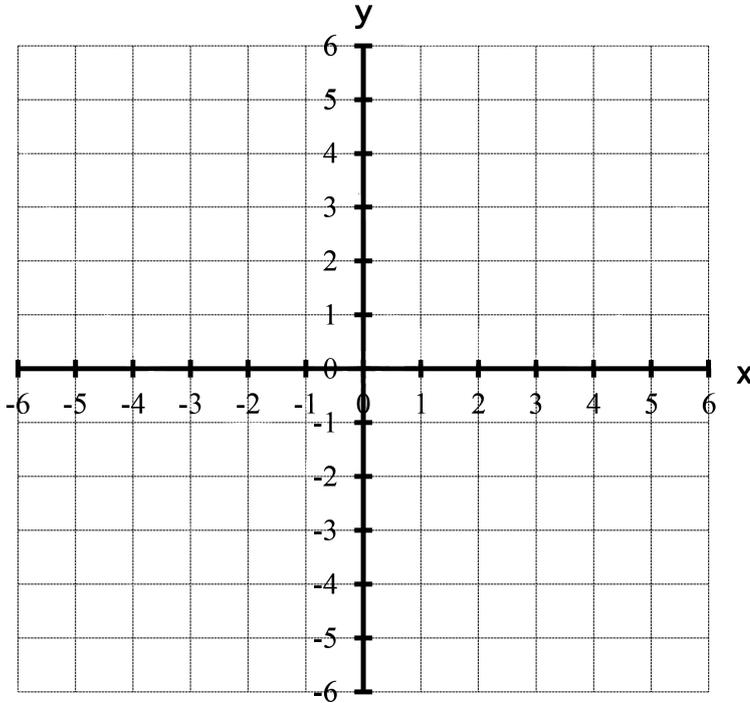


**8 Punkte**

**10. Aufgabe:**

Gegeben ist die Funktion  $f(x) = \frac{1}{2}(x + 2)^{-1} - 1$

- Bestimmen Sie die Gleichung der Umkehrfunktion  $f^{-1}(x)$ .
- Untersuchen Sie  $f(x)$  und  $f^{-1}(x)$  auf Definitions- sowie Wertebereich und zeichnen Sie beide Funktionen sowie die Asymptoten in das gemeinsame Koordinatensystem.



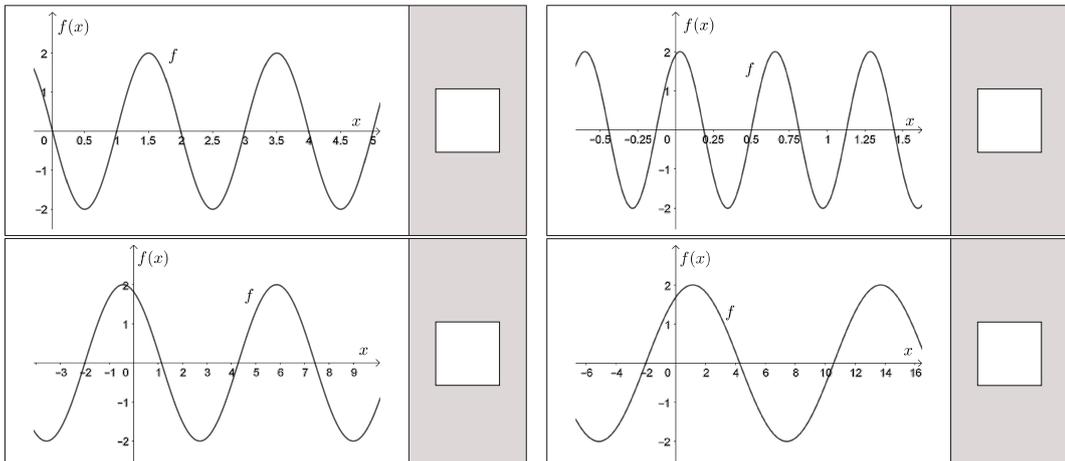
**12 Punkte**

**11. Aufgabe:**

Die Auswirkung einer Veränderung des Parameters  $c$  auf den Graphen der Funktion  $f$  mit  $f(x) = \sin(x + c)$  soll untersucht werden.

Ordnen Sie richtig zu:

A	$f(x) = 2 \cdot \sin\left(\frac{x}{2} + 1\right)$
B	$f(x) = 2 \cdot \sin(\pi \cdot x - \pi)$
C	$f(x) = 2 \cdot \sin(x + 2)$
D	$f(x) = 2 \cdot \sin(10 \cdot x - 5)$



**4 Punkte**

**12. Aufgabe:**

Ermitteln Sie mithilfe der gegebenen Gleichungen eine Nullstelle der jeweils zugehörigen Funktion:

a)  $f(x) = 2.5 \cdot \cos(x + \pi)$

b)  $h(t) = \sin\left(\frac{3}{2} \cdot t - 2\right)$

**4 Punkte**

**Summe**

**90 Punkte**