

Mathematik 1 - Probeklausur Mathe Booster (80 Min.)

1. Aufgabe:

Berechnen Sie die Längen der Vektoren

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 12 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 12\sqrt{3} \\ -3\sqrt{3} \\ -4\sqrt{3} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 - 12\sqrt{3} \\ 4 + 3\sqrt{3} \\ -12 + 4\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

und die Winkel zwischen diesen Vektoren! Was stellen Sie fest?

10 Punkte

2. Aufgabe:

Bestimmen Sie den Abstand der Geraden

$$G_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ und } G_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

8 Punkte

3. Aufgabe:

Ein Flugzeug wird erst am Ort $P(5|4|3)$ und kurze Zeit später am Ort $Q(2|8|3)$ gesichtet (Angaben in km). Im Punkt $R(8|100|1)$ befindet sich eine Radarstation mit einer Reichweite von 75 km.

Wird das Flugzeug vom Radar erfasst, wenn es geradlinig weiterfliegt?

10 Punkte

4. Aufgabe:

Erkennen Sie, warum folgende Determinanten verschwinden?

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix} & \text{b) } \begin{vmatrix} -1 & 4 & -5 \\ -2 & 1 & -10 \\ 6 & -12 & 30 \end{vmatrix} \end{array} \quad \text{c) } \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 & -1 \\ -3 & 5 & -8 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 6 & -6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{vmatrix} 4 & -3 & 4 \\ -20 & 15 & -20 \\ 2 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

8 Punkte

5. Aufgabe:

Für welche Werte des reellen Parameters λ besitzt das inhomogene LGS genau eine Lösung?

$$\begin{pmatrix} -1 & \lambda & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & 1 - \lambda & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

8 Punkte

6. Aufgabe:

A sei eine beliebige Matrix.

Mit welcher Matrix B muss man die Matrix A von rechts multiplizieren (d.h. AB berechnen), damit

- a) nur die 1. Spalte verdoppelt wird, alle anderen bleiben unverändert,
- b) eine einspaltige Matrix entsteht, deren Komponenten die Summen der Zeilen der Matrix A sind,
- c) von der 2. Spalte das Dreifache der 1. Spalte abgezogen wird (alle anderen Werte bleiben erhalten)?
- d) Wie müsste die Aufgabenstellung geändert werden, um die gleichen Effekte für Zeilen zu erreichen?

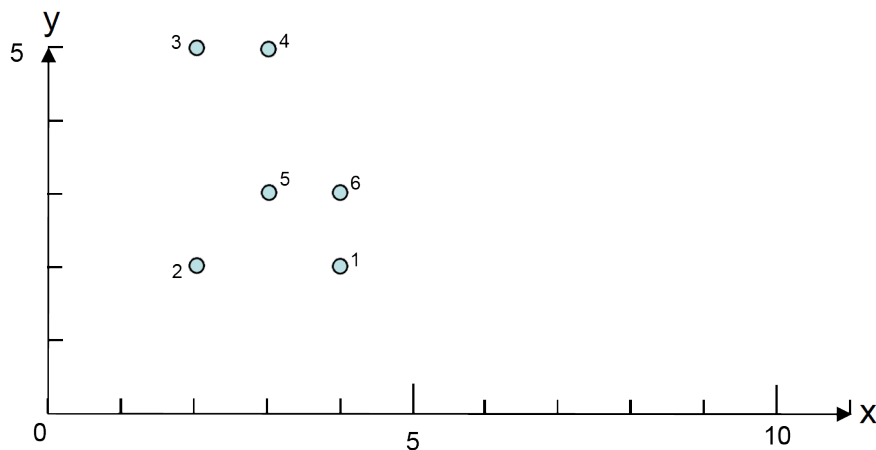
10 Punkte

7. Aufgabe:

2 Abbildungsmatrizen und eine Bildpunktematrix sind gegeben.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 3 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 5 & 5 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

- a) Berechnen Sie die neuen Bildpunkte für $A_1B + A_2B$
- b) Was ist mit der Figur passiert?



8 Punkte

8. Aufgabe:

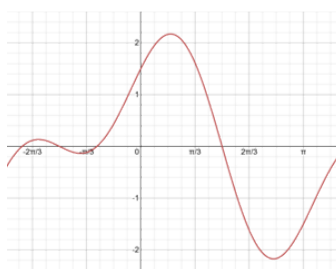
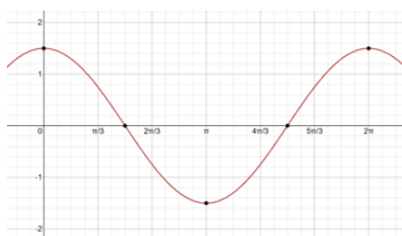
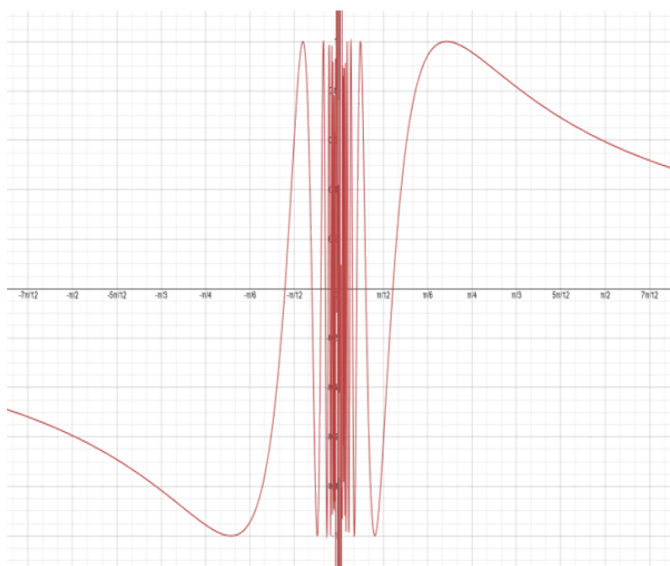
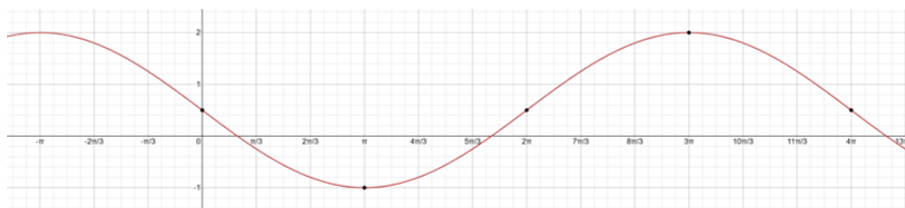
Ordnen Sie folgenden trigonometrischen Funktionen ihren Schaubildern zu:

(A) $y = \sin(2x) + \frac{3}{2}\cos(x)$

(B) $y = -1.5\sin(\frac{1}{2}x) + 0.5$

(C) $y = \frac{3}{2}\cos(x)$

(D) $y = \sin(\frac{1}{x})$



8 Punkte

9. Aufgabe:

Gegeben sind die komplexen Zahlen:

$$z_1 = 5 + 7i, \quad z_2 = 4 - 2i$$

Berechnen Sie

a) $z_1 + z_2$

b) $z_1 - z_2$

c) $z_1 \cdot z_2$

d) $\frac{z_1}{z_2}$

e) Skizzieren Sie die Zeiger der komplexen und der konjugiert komplexen Zahlen in ein Koordinatensystem.

10 Punkte

Summe

80 Punkte