

Elektrotechnik: Zusatzaufgaben 5 - Kondensator

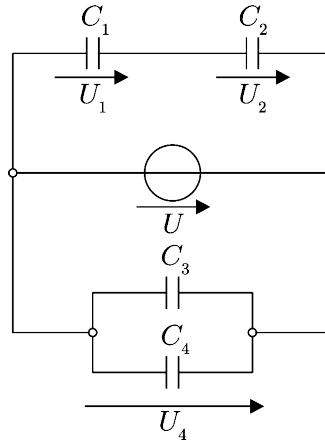
1. Aufgabe:

An der skizzierten Schaltung aus ungeladenen Kondensatoren wird die Gleichspannung $U = 100 \text{ V}$ angelegt.

Es gilt:

$$C_1 = 4 \text{ nF}, \quad C_2 = 2 \text{ nF},$$

$$C_3 = 5 \text{ nF}, \quad C_4 = 1 \text{ nF}.$$



- Ermitteln Sie die Ladungen Q_1 bis Q_4 der vier Kondensatoren!
- Welche Spannungen U_1 , U_2 und U_4 stellen sich ein?

Lösung:

- Die in Reihe geschalteten Kondensatoren C_1 und C_2 tragen dieselbe Ladung:

$$Q_1 = Q_2 = U \cdot C_{12}$$

wo C_{12} die Reihenschaltung C_1 und C_2 bedeutet:

$$C_{12} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{4 \text{ nF} \cdot 2 \text{ nF}}{4 \text{ nF} + 2 \text{ nF}} = \frac{4}{3} \text{ nF}.$$

Somit wird:

$$Q_1 = Q_2 = 100 \text{ V} \cdot \frac{4}{3} \text{ nF} = 1.\bar{3} \cdot 10^{-7} \text{ As}$$

$$\Rightarrow Q_1 = Q_2 = 0.1\bar{3} \text{ } \mu\text{C}$$

Die Ladungen von C_3 und C_4 ergeben sich direkt aus der Spannung U :

$$Q_3 = C_3 \cdot U = 5 \text{ nF} \cdot 100 \text{ V} \Rightarrow Q_3 = 0.5 \text{ } \mu\text{C}$$

$$Q_4 = C_4 \cdot U = 1 \text{ nF} \cdot 100 \text{ V} \Rightarrow Q_4 = 0.1 \text{ } \mu\text{C}$$

- An der Parallelschaltung C_3 mit C_4 liegt die Spannung U :

$$U_4 = U = 100 \text{ V}.$$

Die Spannung U_1 ist:

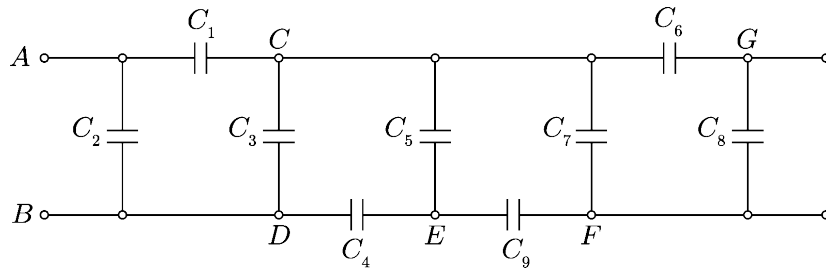
$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{0.1\bar{3} \cdot 10^{-6} \text{ As}}{4 \cdot 10^{-9} \text{ F}} = 33.\bar{3} \text{ V}.$$

Somit verbleibt:

$$U_2 = U - U_1 = 66.\bar{6} \text{ V}.$$

2. Aufgabe:

Welche Gesamtkapazität C_{AB} hat die folgende Kondensatoren-Schaltung wenn alle Kondensatoren C_n die Kapazität $C_0 = 2 \text{ nF}$ besitzen?



Lösung:

Man schaltet - wie bei Widerstandschaltungen - von den entferntesten Klemmen zu den Klemmen $A-B$, schrittweise.

C_6 und C_8 sind in Reihe geschaltet:

$$C_{68} = \frac{1}{2}C_0$$

Dazu wird C_7 parallel geschaltet:

$$C_{CF} = C_0 + \frac{1}{2}C_0 = \frac{3}{2}C_0.$$

In Reihe dazu liegt C_9 :

$$\frac{1}{C_{CF}} + \frac{1}{C_9} = \frac{5}{3C_0}$$

Wenn man im nächsten Schritt parallel dazu C_5 schaltet, erreicht man die Kapazität C_{CE} :

$$C_{CE} = C_0 + \frac{3}{5}C_0 = \frac{8}{5}C_0.$$

Jetzt muss C_4 in Reihe dazu geschaltet werden:

$$\frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_{CE}} = \frac{1}{C_0} + \frac{5}{8C_0} = \frac{13}{8C_0}.$$

Durch Parallelschaltung der Kapazität C_3 ergibt sich C_{CD} :

$$C_{CD} = C_0 + \frac{8}{13C_0} = \frac{21}{13C_0}.$$

Jetzt kommt in Reihe dazu geschaltet C_1 :

$$\frac{1}{C_0} + \frac{13}{21C_0} = \frac{34}{21C_0}.$$

und, im letzten Schritt, C_2 parallel dazu:

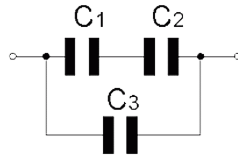
$$C_{AB} = C_0 + \frac{21}{34}C_0 = \frac{55}{34}C_0.$$

$$\Rightarrow C_{AB} = 3.235 \text{ nF}.$$

3. Aufgabe:

Die Gesamtkapazität C der dargestellten Schaltung beträgt $5.2 \mu\text{F}$. Wird C_2 infolge eines Durchschlages kurzgeschlossen, so ist die Gesamtkapazität $C' = 6 \mu\text{F}$. Wird dagegen C_1 kurzgeschlossen, so ist die Gesamtkapazität $C'' = 7 \mu\text{F}$.

Welchen Wert hat C_3 ?



Lösung:

Ist der Kondensator C_2 kurzgeschlossen, sind C_1 und C_3 zueinander parallel geschaltet:

$$C' = C_1 + C_3$$

Für die Gesamtschaltung müssen die beiden Kondensatoren C_1 und C_2 zusammengefasst werden. Da sie in Reihe geschaltet sind, gilt:

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_{12} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

Damit wird die Gesamtkapazität:

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} + C_3$$

Die beiden ersten Gleichungen werden nun nach C_1 oder C_2 umgestellt und in die dritte Gleichung eingesetzt:

$$C_1 = C' - C_3 \text{ und } C_2 = C'' - C_3$$

$$C = \frac{(C' - C_3) \cdot (C'' - C_3)}{C' - C_3 + C'' - C_3} + C_3$$

Diese Gleichung enthält außer C_3 nur noch bekannte Größen. Sie muss also nach der Unbekannten umgestellt werden.

1. Ausmultiplizieren:

$$C = \frac{C' C'' - C' C_3 - C_3 C'' + C_3^2}{C' - C_3 + C'' - C_3} + C_3$$

2. Linke und rechte Seite multiplizieren mit dem Nenner

$$C C' - C C_3 + C C'' - C C_3 = C' C'' - C' C_3 - C_3 C'' + C_3^2 + C_3 C' - C_3^2 + C_3 C'' - C_3^2$$

3. Da die gesuchte Größe als Quadrat auftaucht, stellt man die Gleichung als Normalform der quadratischen Gleichung um:

$$C_3^2 - 2C C_3 - C' C'' + C C' + C C'' = 0$$

4. Werte einsetzen

$$C_3^2 - 10.4 \cdot C_3 + 25.6$$

5. Quadratische Gleichung lösen

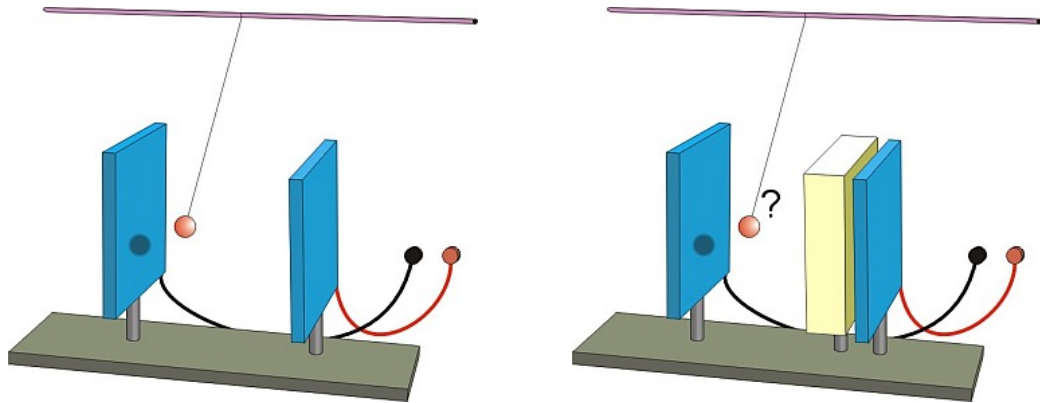
$$C_3 = 5.2 \pm \sqrt{5.2^2 - 25.6} \Rightarrow C_3 = 5.2 \pm 1.2 \\ \Rightarrow \mathbf{C_{31} = 4 \mu F} \text{ (und } C_{32} = 6.4 \mu F)$$

Der Wert von $6.4 \mu F$ scheidet aus, da es nicht möglich ist, dazu einen zweiten Kondensator parallel zu schalten und als Gesamtkapazität $6 \mu F$ zu erhalten.

4. Aufgabe:

Die beiden Platten eines Kondensators werden an die Anschlüsse einer konstanten Hochspannungsquelle angeschlossen. Zwischen den Platten hängt an einem isolierenden Faden eine kleine, geladene Kugel. Auf Grund der Kräfte zwischen geladenen Körpern wird die Kugel zu einer Platte hin ausgelenkt.

Jetzt wird in den Raum zwischen den beiden Platten ein dickes Buch geschoben, ohne dass das Buch die Platten oder die Kugel berührt. Was kann an der Kugel beobachtet werden?



- a) Die Auslenkung der Kugel wird stärker.
- b) Die Auslenkung der Kugel ändert sich nicht.
- c) Die Auslenkung der Kugel wird schwächer.

Lösung:

a) ist richtig, die Auslenkung der Kugel wird stärker. Die Kraft auf die Kugel entsteht durch die Ladungen auf den Platten, die eine Platte zieht die Kugel an, die andere stößt sie ab. Wird ein nichtleitender Körper zwischen die Platten geschoben, richten sich in diesem Körper die Atome aus, es erfolgt eine Polarisierung. An der Oberfläche des Körpers entstehen Polarisationsladungen. Diese zusätzlichen Ladungen bewirken, dass zusätzliche Ladungen auf die Platten des Kondensators fließen. Das ist möglich, da die Spannungsquelle angeschlossen bleibt.

5. Aufgabe:

Ein Kondensator mit Luft im Zwischenraum besteht aus zwei kreisförmigen Platten mit dem Radius 5.5 cm. Die Platten haben einen Abstand von 7.0 cm.

- a) Wie groß ist die Kapazität des Kondensators in pF?
- b) Geben Sie zwei Möglichkeiten an, wie die Kapazität vergrößert werden kann, ohne dass die geometrischen Abmessungen der Platten verändert werden.

Lösung:

a)
$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{l} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{l} = 8.86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \cdot \frac{\pi \cdot (5.5 \cdot 10^{-2} \text{m})^2}{7.10^{-2} \text{m}} = 1.2 \cdot 10^{-12} \text{ F} = \mathbf{1.2 \text{ pF}}$$

- b) Aus der Gleichung für die Kapazität eines Kondensators ergeben sich drei Möglichkeiten, die Kapazität C zu vergrößern:
- * Es kann ein Stoff mit einer größeren Dielektrizitätskonstante eingefügt werden.
 - * Es kann der Plattenabstand s verkleinert werden.
 - * Es kann die Oberfläche der Platten vergrößert werden (z.B. durch Aufrauen).