

Elektrotechnik: Zusatzaufgaben 3 - Gleichstromschaltungen

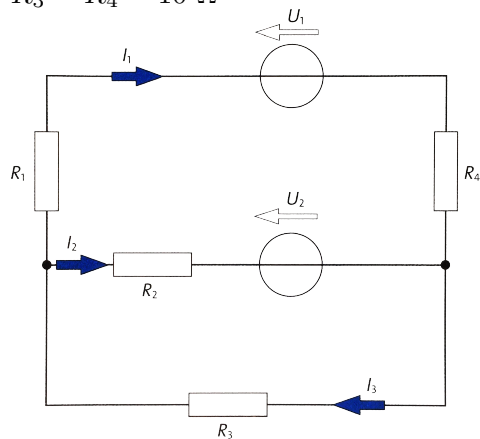
1. Aufgabe:

Berechnen Sie alle Zweigströme im Netzwerk mithilfe der Knoten- und Maschenregel, und lösen Sie das Gleichungssystem.

$$U_1 = U_2 = 60 \text{ V}$$

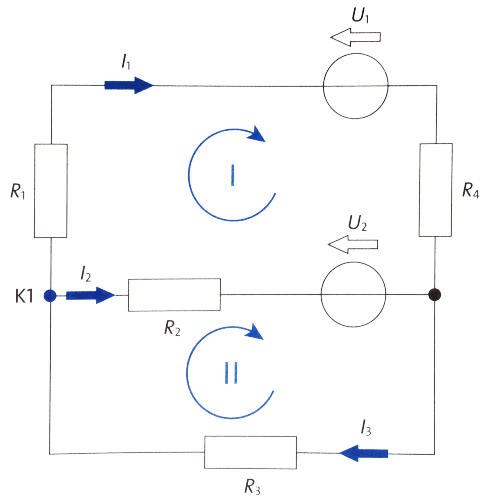
$$R_1 = R_2 = 3 \text{ } \Omega$$

$$R_3 = R_4 = 10 \text{ } \Omega$$



Lösung:

Aufstellen von Knoten- und Maschengleichungen:



$$K_1: I_3 - I_2 - I_1 = 0$$

$$M_1: -U_1 + U_{R_1} - U_{R_2} + U_2 + U_{R_4} = 0$$

$$M_2: -U_2 + U_{R_2} + U_{R_3} = 0$$

Umformen der Gleichungen und Werte einsetzen:

$$M_1: -U_1 + R_1 I_1 - R_2 I_2 + U_2 + R_4 I_1 = 0$$

$$M_2: -U_2 + R_2 I_2 + R_3 I_3 = 0$$

$$K_1: -I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

$$M_1: R_1 I_1 - R_2 I_2 + R_4 I_1 = U_1 - U_2$$

$$M_2: R_2 I_2 + R_3 I_3 = U_2$$

$$\begin{array}{cccc}
 I_1 & I_2 & I_3 & E \\
 \left(\begin{array}{ccc|c}
 -1 & -1 & 1 & 0 \\
 R_1 + R_4 & -R_2 & 0 & U_1 - U_2 \\
 0 & R_2 & R_3 & U_2
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

Die Einheiten werden während der Matrixumformung weggelassen.

$$\left(\begin{array}{ccc|c}
 -1 & -1 & 1 & 0 \\
 \mathbf{13} & -3 & 0 & 0 \\
 0 & 3 & 10 & 60
 \end{array} \right) \begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}
 -1 & -1 & 1 & 0 \\
 0 & -16 & 13 & 0 \\
 0 & \mathbf{3} & 10 & 60
 \end{array} \right) \mathbf{13 \cdot I + II}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}
 -1 & -1 & 1 & 0 \\
 0 & -16 & 13 & 0 \\
 0 & 0 & 199 & 960
 \end{array} \right) \mathbf{3 \cdot II + 16 \cdot III}$$

Aus der Matrix in Dreiecksform ergeben sich folgende Gleichungen:

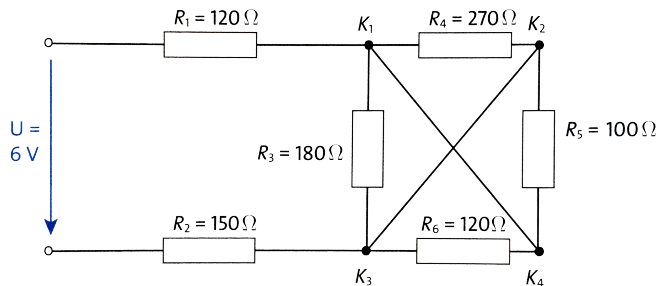
$$\begin{aligned}
 -I_1 - I_2 + I_3 &= 0 \\
 -16I_2 + 13I_3 &= 0 \\
 199I_3 &= 960\text{A}
 \end{aligned}$$

Die Gleichungen werden nun gelöst. Start mit der Einfachsten:

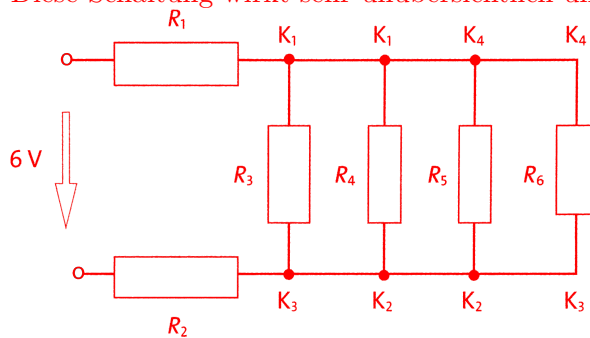
$$\begin{aligned}
 I_3 &= \frac{960}{199}\text{A} = \mathbf{4.82\text{A}} \\
 -16I_2 &= -13I_3 = -13\left(\frac{960}{199}\right)\text{A} = \frac{-12480}{199}\text{A} \Rightarrow I_2 = \frac{780}{199}\text{A} = \mathbf{3.92\text{A}} \\
 -I_1 &= I_2 - I_3 = 3.92\text{A} - 4.82\text{A} \Rightarrow I_1 = \mathbf{0.9\text{A}}
 \end{aligned}$$

2. Aufgabe:

Berechnen Sie den Gesamtstrom folgender Schaltung:



Diese Schaltung wirkt sehr unübersichtlich und sollte umgezeichnet werden.



Die Knotenpunkte K_1 und K_4 sind miteinander verbunden, also liegen alle vier Widerstände am gleichen Knotenpunkt.

Das Gleiche ist bei den Knoten K_2 und K_3 der Fall. Die jeweils anderen Anschlüsse der Widerstände liegen auch alle zusammen an einem Knoten.

Also liegen alle Widerstände R_3, R_4, R_5, R_6 parallel.

Der Gesamtwiderstand beträgt:

$$\frac{1}{R_{PGes}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{180 \, \Omega} + \frac{1}{270 \, \Omega} + \frac{1}{100 \, \Omega} + \frac{1}{120 \, \Omega} \Rightarrow R_{PGes} = 36.24 \, \Omega$$

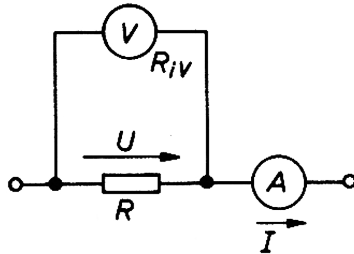
$$R_{Ges} = R_1 + R_2 + R_{PGes} = 120 \, \Omega + 150 \, \Omega + 36.24 \, \Omega = 306.24 \, \Omega$$

$$I_{Ges} = \frac{U}{R_{Ges}} = \frac{6 \, \text{V}}{306.24 \, \Omega} = \mathbf{19.6 \, \text{mA}}.$$

3. Aufgabe:

Bei einer Widerstandsbestimmung durch gleichzeitige Strom- und Spannungsmessung (spannungsrichtige Schaltung) sei $U = 10 \text{ V}$ und $I = 1 \text{ mA}$. Der Innenwiderstand des Voltmeters betrage $R_{iV} = 200 \text{ k}\Omega$.

Um wieviel Prozent weicht dieser (verfälschte) Widerstandswert vom wahren Wert ab?



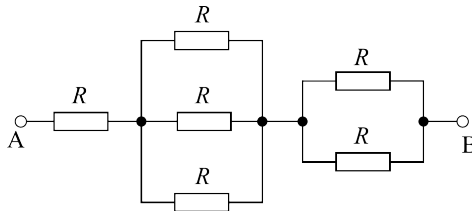
Lösung:

Für den unbekannten Widerstand R gilt nach dem Ohm'schen Gesetz $R = \frac{U}{I} = \frac{10 \text{ V}}{0,001 \text{ A}} = 10 \text{ k}\Omega$

Da aber ein Teil des Stromes, $I_V = \frac{U}{R_{iV}}$, durch das Voltmeter und nicht durch den Widerstand fließt, gilt für den korrigierten Wert $R_{\text{kor}} = \frac{U}{I - I_V} = \frac{U}{I - \frac{U}{R_{iV}}} = 10,526 \text{ k}\Omega$. Die Abweichung beträgt also 5,26 %.

4. Aufgabe:

Berechnen Sie den Ersatzwiderstand der angegebenen Widerstandskombinationen zwischen den Anschlussklemmen A und B (alle $R = 18 \Omega$).

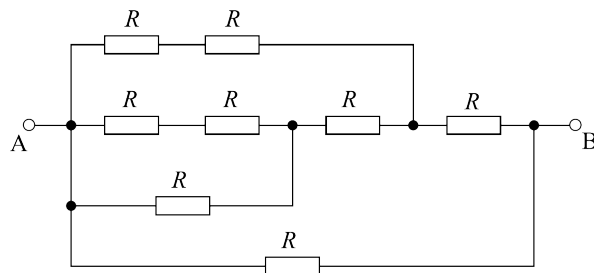


Lösung:

$$R_{AB} = 33 \Omega$$

5. Aufgabe:

Berechnen Sie den Ersatzwiderstand der angegebenen Widerstandskombinationen zwischen den Anschlussklemmen A und B (alle $R = 2 \Omega$).



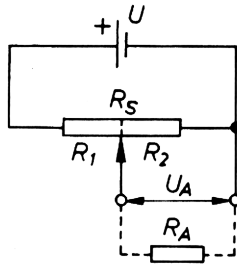
Lösung:

$$R_{AB} = 1.31 \Omega$$

6. Aufgabe:

Ein zunächst unbelasteter Spannungsteiler mit $R_S = 200 \, \Omega$ wird durch Zuschalten eines Arbeitswiderstandes $R_A = 100 \, \Omega$ belastet.

- In welchem Verhältnis stehen die Ausgangsspannung U_A des belasteten und des unbelasteten Spannungsteilers bei Mittelstellung des Abgriffs ($R_1 = R_2 = R_S/2$)?
- Berechnen Sie die jeweilige Stromstärke, wenn die Spannung der Spannungsquelle $U = 24 \, \text{V}$ beträgt.



Lösung:

- a) Im Leerlauf (ohne Belastung) beträgt die Stromstärke durch den Spannungsteiler

$$I = \frac{U}{R_S} = \frac{U}{(R_1 + R_2)} \quad \text{und somit die Spannung am Abgriff } U_A = I \cdot R_2 = \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{U}{2} = 12 \, \text{V}.$$

Mit Belastung tritt an die Stelle von R_2 der kleinere Widerstand $R_2' = R_2 \cdot R_A / (R_2 + R_A)$ also Parallelschaltung von R_2 und R_A . Somit ist nun die Stromstärke $I' = U / (R_1 + R_2')$ und damit die Ausgangsspannung

$$U_A' = I' \cdot R_2' = \frac{U}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_A}{R_2 + R_A}} \cdot \frac{R_2 \cdot R_A}{R_2 + R_A} = \frac{U}{1 + \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_A)}{R_2 \cdot R_A}} = \frac{U}{3} = 8 \, \text{V}.$$

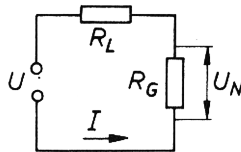
- b) Die Stromstärken durch den Spannungsteiler im Leerlauf und mit Belastung sind:

$$I = \frac{U}{R_S} = 120 \, \text{mA} \quad I' = \frac{U}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_A}{R_2 + R_A}} = 160 \, \text{mA}$$

7. Aufgabe:

Ein elektrisches Gerät mit Nennleistung $P_N = 2 \text{ kW}$ und Nennspannung von $U_N = 230 \text{ V}$ wird über eine Kupferleitung von 2.5 mm^2 Leitungsquerschnitt (spezifischer Widerstand $\rho_{Cu} = 0.0178 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$) und 125 m Länge an eine Spannungsquelle mit $U = 230 \text{ V}$ angeschlossen. Berechnen Sie

- den Leitungswiderstand,
- den Gerätewiderstand,
- die Stromstärke und
- die Nutzleistung am Gerät.



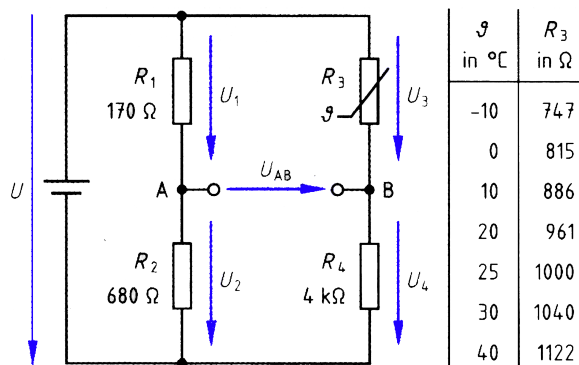
Lösung:

- Mit der Länge der Anschlussleitung $L = 250 \text{ m}$ (Hin- und Rückleitung) errechnet sich der Leitungswiderstand zu $R_L = \rho_{Cu} \cdot L / A = 1,78 \Omega$. R_L wirkt wie ein Vorwiderstand.
- Der Gerätewiderstand ergibt sich zu $R_G = U_N^2 / P_N = 26,45 \Omega$.
- Als Stromstärke erhält man $I = U / (R_G + R_L) = 8,15 \text{ A}$ und
- die Nutzleistung des Gerätes $P_G = R_G \cdot I^2 = 1757 \text{ W}$.

8. Aufgabe:

Gegeben ist eine Brückenschaltung mit einem einstellbaren temperaturabhängigen Widerstand R_3 .

Berechnen Sie die Temperatur, für welche die Brückenschaltung abgeglichen ist.



Lösung:

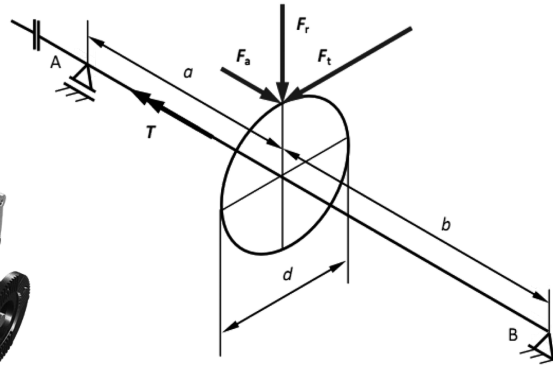
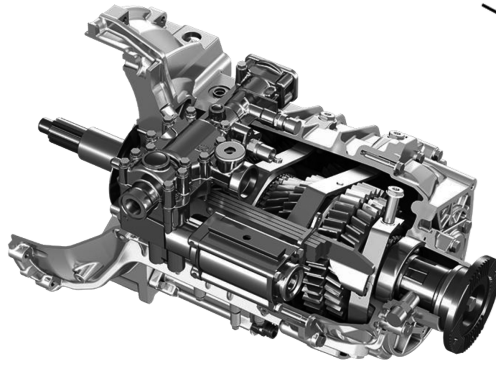
Es gilt die Abgleichbedingung: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$

$$\frac{170 \Omega}{680 \Omega} = \frac{R_3}{4000 \Omega} \implies R_3 = \frac{170 \Omega}{680 \Omega} \cdot 4000 \Omega = 1000 \Omega$$

Ein 1000-Ohm-Widerstand gleicht die Brückenschaltung ab, d.h. bei einer Temperatur von $25 ^{\circ}\text{C}$ erfüllt der temperaturabhängige Widerstand die Funktion.

9. Aufgabe:

An einer Getriebewelle, die auf Torsion (F_t, M_t), Biegung (F_b) und Axialbelastung (F_a) ausgesetzt ist, soll im Fahrversuch die Widerstandsänderung eines DMS von $R = 600 \, \Omega$ aus Chrom-Nickel-Draht (80% Cr und 20% Ni) mit k -Faktor 2 bei einer Dehnung $\epsilon = 1 \, \mu\text{m}/\text{m}$ ermittelt werden.



Lösung:

Es gilt: $\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \epsilon$

$\Rightarrow \Delta R = R \cdot k \cdot \epsilon = 600 \, \Omega \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 1.2 \, \text{m}\Omega$

